REMOTE STORAGE 3527 M59 pam

Ueber die

Verwendbarkeit der Braun'schen Röhre

zur

Messung elektrischer Felder.

INAUGURAL-DISSERTATION

der

mathematischen und naturwissenschaftlichen Facultät

der

Kaiser - Wilhelms - Universität Strassburg

zur

Erlangung der Doctorwürde

vorgelegt von

Willis Isbister Milham

aus Kinderhook (New York, U. S.)

STRASSBURG i. E.
Buchdruckerei C. & J. GŒLLER, Magdalenengasse 20.
1901.

Inhalt.

I. Historische Einleitung.
II. Der Apparat und die Versuchsanordnung.
III. Der Grundversuch und seine Erklärung.
IV. Abhängigkeit des Ablenkungssprunges von einer Aenderung in dem elektrostatischen Felde.
V. Das Gesetz der Rückkehr.
VI. Abhängigkeit des Ablenkungssprunges und der Rückkehrzeit von den verschiedenen Umständen.
VII. Die Geschwindigkeit der Kathodenstrahlen.
VIII. Die Leitfähigkeit des Gases.
IX. Ein periodisches elektrostatisches Feld.
X. Rotierender Condensator.
XI. Zusammenfassung von früheren Beobachtungen.
XII. Resultate.

53678

I.

Historische Einleitung.

§ 1. Die ersten Versuche über eine Ablenkung der Kathodenstrahlen in einem elektrostatischen Feld sind von Voller[1]) und Hertz[2]) angestellt worden. Die Versuche gaben bekanntlich negative Resultate. Jaumann[3]) aber hat im Jahre 1896 zuerst bestimmt ausgesprochen, dass diese Ablenkung der Kathodenstrahlen existieren muss und glaubt eine solche Ablenkung nachgewiesen zu haben. Durch die späteren, unter reineren Versuchsbedingungen ausgeführten Beobachtungen von J. J. Thomson[4]), W. Wien[5]) und Lenard[6]) unter anderen, ist eine Ablenkung der Kathodenstrahlen in einem elektrostatischen Feld unzweifelhaft gemacht worden, selbst in einem Feld, welches die Entladungsvorgänge nicht im geringsten beeinflussen konnte.

Bei der Benutzung einer Braun'schen Röhre glaubte K. E. F. Schmidt[7]) eine neue Art von Ablenkung gefunden zu haben,

---

[1]) Voller, Verhandl. des nat. Vereins von Hamburg-Altona 1879, p. 112.

[2]) Hertz, Wied. Ann. 19, p. 782, 1883.

[3]) Jaumann, Wied. Ann. 59, p. 252, 1896.

[4]) J. J. Thomson, Phil. Mag. 44, p. 293, 1897.

[5]) W. Wien, Verh. d. Physik. Ges. zu Berlin, 16, p. 165, 1897; 17, p. 10, 1898, Wied. Ann. 65, p. 440, 1898.

[6]) P. Lenard, Wied. Ann. 64, p. 279, 1898.

[7]) K. E. F. Schmidt, Abhandl. der Naturfor.-Gesell. zu Halle, 21, p. 161 und p. 171 und p. 227, 1897/98.

weil, wenn der ablenkende Leiter ausserhalb der Röhre dicht hinter dem Diaphragma angelegt wird, nicht ein ruhendes elektrostatisches Feld an sich, sondern nur Aenderungen in diesem Feld, mit anderen Worten nur elektrische Schwingungen im Stande sind, eine Ablenkung der Kathodenstrahlen zu bewirken.

Die Schmidt'schen Erscheinungen wurden von H. Ebert [1]) unter viel reineren Versuchsbedingungen weiter untersucht. Der ablenkende Leiter bestand aus 2 kleinen Platten ($3{,}7 \times 6{,}8$ cm [2]), welche dicht hinter dem Diaphragma einander gegenüber standen. Diese wurden durch einen transformierten Hochfrequenzwechselstrom gespeist. In einem solchen Hochfrequenzfeld wurden wohldefinierte Ablenkungsbahnen erhalten, welche in einem rotierenden Spiegel zu schönen sinusartigen Kurven ausgezogen wurden. Dieses Verfahren wurde von dem Verfasser als eine sehr geeignete Methode betrachtet, Spannungskurven zu studieren, gerade wie jetzt durch die magnetische Ablenkung die Stromkurven dargestellt werden.

Dass man durch verschiedene Ursachen diese Erscheinungen *nicht* erklären kann, ist von Schmidt und Ebert bewiesen worden. Als einzige positive Erklärung führt Herr Ebert folgendes vor:

„Die Ursache der Ablenkung scheint in den Umbiegungen zu liegen, welche die Kathodenstrahlen erfahren, wenn sie auf die durch die elektrischen Schwingungen in Rohrinnern hervorgerufenen Kathodendunkelräume treffen. Diese Ergebnisse schliessen nicht aus, dass neben den hier studierten Wirkungen eines elektrischen Wechselfeldes noch direkte elektrostatische Einflüsse auf Kathodenstrahlen möglich sind, nur müssen dieselben jedenfalls so schwach sein, dass sie mit der Braun'schen Röhre nicht nachweisbar sind."

Beobachtungen von E. Wiedemann [2]) über die Dauer gewisser Vorgänge an der Kathode scheinen eine weitere Stütze dieser Erklärung zu geben.

---

[1]) H. Ebert, Wied. Ann. 64, p. 240, 1898.

[2]) E. Wiedemann, Wied. Ann. 67, p. 714, 1899.

Diese Erklärung aber scheint kaum zulässig zu sein, denn viele Erscheinungen können dadurch nicht erklärt werden und, zweitens, die Anzahl der Schwingungen und die angewandte Potentialdifferenz sind weit zu klein, um so kräftige secundäre Kathodenstrahlenerscheinungen zu erzeugen.

§ 2. Der Zweck dieser Abhandlung ist, diese Erscheinungen eingehender zu studieren, um eine bestimmte Erklärung zu geben, welche alle die complizierten Erscheinungen auf zwei einfache, wohlbekannte, exact messbare Vorgänge zurückführt. Zur selben Zeit wird immer die praktische Frage im Auge behalten, ob man diese Methode zum Studium der Spannungskurven anwenden kann, oder genauer gesprochen, ob die beobachteten Kurven, was relative Grösse und Form betrifft, dem wirklichen Verlauf der Spannung entsprechen.

II.

Der Apparat und die Versuchsanordnung.

§ 3. Acht Braun'sche Röhren sind im Laufe der Versuche benutzt worden. Die mitgeteilten Messungen aber beziehen sich nur auf vier derselben. Sie waren alle von der wohlbekannten Form, jedoch in vielen Einzelheiten wie Anzahl der Diaphragmen, Lage der Anode, phosphorescierendes Material des Schirmes, Höhe des Vacuums etc., waren sie sehr verschieden. Die folgende Tabelle gibt die Dimensionen, wie auch diese Einzelheiten der Röhren an.

TABELLE 1.

Röhre.	I.	II.	III.	IV.
Die Anode und ihre Lage	Ring um die Röhrenachse.	Draht im Ansatzröhrchen.	Draht im Ansatzröhrchen.	Draht im Ansatzröhrchen.
Material des Schirmes	Glimmer.	Glas.	Glimmer.	Glas.
Phosphorescierendes Material	Unbekannt.	Calciumwolframat.	Unbekannt.	Unbekannt.
Anzahl der Diaphragmen	2	2	1	1
Dimensionen.	cm.	cm.	cm.	cm.
Von Kathode zur Anode	12,0	10,5	11,2	10,2
Von Anode zur Röhrenachse	—	4,5	2,7	4,9
Von Anode zum ersten Diaphragma	12,0	16,5	16,2	18,2
Vom ersten zum zweiten Diaphragma	20,9	19,0	—	—
Vom letzten Diaphragma zum Schirm.	30,0	24,4	23,5	23,4
Vom letzten Diaphragma zur Vergrösserung der Röhre	10,4	5,3	5,0	6,9
Durchmesser (zwischen Anode und Kathode)	2,65	2,25	2,60	2,40
Durchmesser (hinter dem letzten Diaphragma)	2,70	2,24	2,60	2,44

Um die Röhren zu erregen, wurde meistens eine kleine Influenzmaschine benutzt. Diese Maschine hatte nur eine bewegliche Platte von 27 cm Durchmesser. Um eine stärkere Erregung zu bekommen, wurde eine grosse zwanzigplattige Töpler'sche Maschine angewendet.

Als Quelle der constanten ablenkenden elektromotorischen Kraft wurde eine Wasserbatterie von 950 Elementen angewendet.

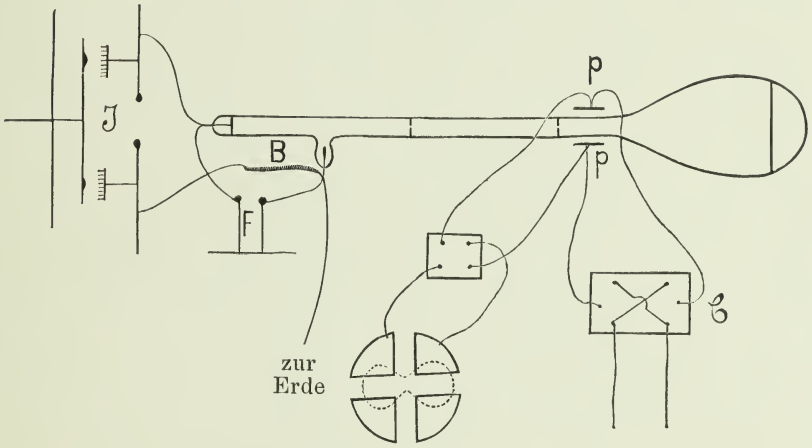
Ein Quadrantelektrometer wurde, um die verschiedenen Spannungen zu vergleichen, in einem Nebenzimmer weit von den anderen Apparaten aufgestellt. Spannungen zwischen 100 und

1000 Volt konnten verglichen werden. Vermittelst einer Aichungskurve wurden die Ausschläge in Volt ausgewertet.

Die Feuchtigkeit der Luft wurde mit einem Haarhygrometer bestimmt, und jeder Teil des Apparats wurde aufs sorgfältigste isoliert.

§ 4. Die Anordnung des Apparates für die Versuche des ersten Teils dieser Abhandlung wird durch Fig. 1 übersichtlich ge-

FIGUR I.



macht. Die Röhre wurde auf einem Gestell durch zwei mit Kork versehene Gabeln gehalten. Die zwei sich gegenüberstehenden Platten, deren Querschnitte bei (P) sichtbar sind, waren an zwei sehr dicke Drähte festgelötet. Diese Drähte gingen durch zwei Hartgummiklötze, welche in einem Gestell so gehalten wurden, dass die Entfernung der Platten von einander und die Lage der Platten bezüglich der Röhre leicht geändert werden konnte. Die Platten konnten leicht ausgewechselt werden, und in leitende Verbindung mit der Paraffin-Wippe (C) gesetzt werden.

Die Ablenkung des Flecks auf dem Schirm wurde vermittelst einer Linse auf eine Mattglasscala projiciert. Die Linse und die Mattglasscala wurden in einem rechtwinkligen Holzrahmen gehalten.

Für die beste Abbildung des Flecks betrug die Entfernung zwischen Scala und Linse 28,5 cm. und die Entfernung zwischen Linse und Schirm 26,4 cm. Darum beträgt das Verhältnis zwischen der Ablenkung auf dem Schirm und der abgelesenen Ablenkung auf der Scala 0,926. Die Scala und die Linse wurden nicht in der Richtung der Achse der Röhre aufgestellt, sondern etwa 20° dagegen geneigt. Diese Einrichtung wurde getroffen, um zu vermeiden, dass die Ablenkungen auf den hellen Hintergrund des Entladungslichtes der Röhre fielen. In einem gut verdunkelten Zimmer und bei schwacher Erregung war es unmöglich, die Grenze einer Ablenkung durch die Ablesung der Scala zu bestimmen, denn die Scalenteile waren nicht mehr mit Sicherheit wahrnehmbar. Kleine verschiebbare Gummibänder waren dann über die Scala gespannt. Die Ablenkung wurde durch diese Bänder abgegrenzt und die Lage dieser Bänder später abgelesen.

Die Influenzmaschine (J) wurde direkt durch dicke, blanke, durch die Luft laufende Drähte mit der Röhre verbunden. Die Schlagweite einer parallel geschalteten Funkenstrecke (F) diente als Mass der Stärke der Erregung. Aus Gründen, die wir später kennen lernen werden, war die Anode immer zur Erde abgeleitet und ein nasser Bindfaden (B) (Länge etwa 30 cm.) zwischen der erregenden Maschine und der Anode eingeschaltet.

III.

Der Grundversuch und seine Erklärung.

§ 5. Der Grundversuch kann folgendermassen beschrieben werden. Die Röhre wurde schwach und regelmässig erregt. Die Platten (Fig. 1.) wurden durch den Commutator (C) mit der Wasserbatterie verbunden, und wurden daher auf eine Potential-

differenz von etwa 750 Volt geladen. Obgleich ein elektrostatisches Feld zwischen den Platten jetzt existiert, ist nicht die geringste Spur einer Ablenkung des Flecks von der Ruhelage oder einer Formänderung des Flecks bemerkbar.

Wird jetzt die Potentialdifferenz der Platten commutiert, so springt der Fleck über eine bestimmte Strecke immer in einer den Kraftlinien entgegengesetzten Richtung, d. h. in der Richtung der Verbindungslinie der zwei Platten und auch immer so, dass er sich derjenigen Platte, die einen Zuwachs von positiver Elektricität bekommt, nähert. Der Sprung geschieht momentan oder, genauer ausgedrückt, so schnell, dass selbst im bestverdunkelten Zimmer nicht die kleinste Spur von Phosphorescenz in der auf dem Schirm durchlaufenen Bahn sichtbar wird. Unter diesen Versuchsbedingungen bekommt man nicht verschwommene schweifartige Ablenkungen, sondern der runde scharfbegrenzte Fleck springt als Ganzes. Der Fleck bleibt aber nicht permanent abgelenkt, sondern fängt gleich an nach der Ruhelage zurückzukehren, zuerst schnell, dann allmählich langsamer und langsamer, bis nach einer bestimmten Zeit, die ich die *Rückkehrzeit* nennen möchte, keine Abweichung von der Ruhelage beobachtbar ist. Sehr oft dauert die Rückkehr so lange, dass die Nachphosphorescenz des Orts, wo der Fleck in seiner Ruhelage sich befindet, vollständig verschwindet. Commutiert man wieder, dann springt der Fleck wieder über eine Strecke anscheinend von derselben Länge immer gegen die Platte, die einen Zuwachs von positiver Elektricität bekommt, und dann fängt er immer gleich an nach der Ruhelage zurückzukehren.

Das folgende Beispiel (Tabelle 2) giebt einen quantitativen Ueberblick über die Erscheinung. Die Dimensionen wie auch die Einzelheiten der Röhre sind schon mitgeteilt worden. Der Zustand wird so genau wie möglich definiert.

TABELLE 2.

Röhre I.: Bereits 85 Minuten in ununterbrochener Benutzung.
Erreger: Kleine Influenzmaschine.
Platten: Länge in der Richtung der Röhre 6 cm; Breite 7 cm; Abstand von einander 3,49 cm; Abstand der Plattenmitte vom Diaphragma 5,5 cm.
Zustand: Temperatur 20°; Feuchtigkeit 14 %; Parallele Schlagweite 0,414; Umdrehungen der Influenzmaschine pro Sekunde 1,27; Potentialdifferenz der Platten 730.

Ablenkungssprung durch Commutieren 2,93 cm.

Rückkehrzeit in Sekunden für je 5 Sprünge.	17,4
	17,0
	18,2
	17,4
	18,4

Hieraus mittlere Rückkehrzeit für einen Sprung 3,54 Sekunden.

Die Rückkehrzeit für je fünf Sprünge wurde vermittelst eines Chronoskops bestimmt, indem die Potentialdifferenz wieder commutiert wurde, sobald der Fleck die Ruhelage erreichte. Viele andere Beispiele für die Rückkehrzeit werden im Laufe dieser Abhandlung vorkommen.

§ 6. Dieser Versuch unter solchen reinen Versuchsbedingungen führt gleich zur folgenden Erklärung. In dieser Erscheinung wird nur die ganz gewöhnliche, jetzt wohlbekannte Ablenkung der Kathodenstrahlen in einem elektrostatischen Feld beobachtet. Das, was man noch erklären muss, ist dann, warum die Ablenkung verschwindet und nicht permanent bleibt. Es ist eine allgemein bekannte Thatsache, dass die Kathodenstrahlen das Gas, durch

welches sie gehen, leitend machen. Wir müssen also das Gas innerhalb der Röhre als einen schlechten Leiter betrachten. In einem Leiter aber kann ein elektrostatisches Feld nicht dauernd bestehen. In diesem Gas also innerhalb der Röhre muss das Feld erlöschen, die Kraftlinien müssen zusammenfallen, und deswegen muss die Ablenkung des Flecks verschwinden. *In der Rückkehr des Flecks sieht man das Zusammenfallen des Feldes innerhalb der Röhre. Die Rückkehrszeit verhält sich wie die Relaxationszeit eines Mediums.* Das Gas ist insofern ein Leiter, als kein Feld dauernd bestehen kann. Die Leitfähigkeit aber ist so klein, dass das Zusammenfallen des Feldes in seinem zeitlichen Verlauf beobachtet werden kann.

Als erster Beweis dieser Erklärung dient folgender Versuch. Während der Rückkehr des Flecks wurden die Kathodenstrahlen durch Anhalten der erregenden Maschine abgehalten. Der phosphorescierende Fleck auf dem Schirm verschwand. Nach einigen Sekunden wurde die Röhre wieder in Gang gesetzt, und der Fleck erschien nicht in seiner Ruhelage, obgleich Zeit genug verflossen war, um diese Lage zu erreichen, sondern *gerade an der Stelle, wo er verschwunden war*, und von dort aus setzte er seine Rückkehr gegen die Ruhelage fort. Diese Beobachtungen ergeben sich als notwendige Folgerung aus der oben vorgeführten Erklärung, denn sobald keine Kathodenstrahlen vorhanden sind, ist das Gas nicht mehr ein Leiter, und sobald das Gas nicht mehr ein Leiter ist, kann kein Zusammenfallen des Feldes eintreten, und darum kann keine Rückkehr des Flecks stattfinden. Das Abhalten der Kathodenstrahlen kann bis etwa 5 Sekunden dauern, länger aber nicht, denn in diesem Fall fängt die Erregung mit Flackern und Unregelmässigkeiten an, gerade wie bei einer neuerregten Röhre.

Mit diesem Versuch kann man noch weiter gehen. Während der Rückkehr des Flecks wurden die Kathodenstrahlen abgehalten. Das Feld wurde dann geändert durch Commutieren der Potentialdifferenz. Als der Fleck wieder erschien, erschien er an einem

Ort, der dem bei seinem Verschwinden übrig bleibenden Feld plus der Aenderung entsprach. Im Laufe dieser Abhandlung wird sich zeigen, dass alles mit dieser Erklärung der Erscheinung übereinstimmt.

Wenn anstatt des Commutierens die Platten einfach geladen und entladen werden, bleibt die Erscheinung dieselbe, nur im halben Massstabe. Werden die Platten geladen, so springt der Fleck über eine bestimmte Strecke und kehrt dann nach der Ruhelage zurück. Wenn die Platten jetzt entladen werden, springt der Fleck über anscheinend dieselbe Strecke in der umgekehrten Richtung und kehrt dann wieder zurück. Auf Grund der gegebenen Erklärung ist der Verlauf der Erscheinung folgender: Werden die Platten geladen, so existiert das Feld sowohl in dem leitenden Gase innerhalb der Röhre als in der isolierenden Luft ausserhalb der Röhre. Die Kathodenstrahlen erfahren eine Ablenkung. Das Feld innerhalb der Röhre fällt jetzt zusammen, die Kraftlinien verschwinden, und ihre Endpunkte bleiben als zwei entgegengesetzte Ladungen auf der Oberfläche des leitenden Gases. Die Ablenkung der Kathodenstrahlen ist verschwunden. Wenn die Platten entladen werden, wird das Feld ausserhalb der Röhre vernichtet. Die Ladungen auf der Oberfläche des Gases werden jetzt freie Elektricitätsquantitäten, und ein Feld zwischen diesen Quantitäten kommt zum Vorschein. Die Kathodenstrahlen werden *wieder* abgelenkt. Weil das Gas ein Leiter ist, vernichten sich diese zwei Quantitäten gegenseitig. Infolgedessen verschwindet das Feld und die Ablenkung der Kathodenstrahlen.

§ 7. Andere mögliche Erklärungen des Grundversuchs müssen in Betracht gezogen werden. Jede Erklärung der Rückkehr durch die Schirmwirkung der Wasserhaut oder der Staubteilchen auf der Oberfläche der Röhre ist durch diesen Beweisversuch ausgeschlossen, denn wäre diese Erklärung richtig, dann müsste die Rückkehr nur

von der Zeit und nicht von dem Vorhandensein der Kathodenstrahlen abhängen.

Ebenso unzulässig ist die Erklärung dieser Vorgänge durch secundäre Kathodenstrahlenerscheinungen. Hierbei wurde angenommen, dass zwischen den geladenen Platten Kathodenstrahlen quer durch die Röhre laufen. Diese zwei sich kreuzenden Kathodenstrahlenbündel können vielleicht eine gegenseitige Ablenkung verursachen, oder das Hauptkathodenstrahlenbündel könnte eine Umbiegung erleiden, dadurch, dass es den andren Kathodendunkelraum trifft. Solche Ablenkungen von Kathodenstrahlen sind beobachtet worden. Hierdurch können die beobachteten Erscheinungen keineswegs erklärt werden; denn erstens: müsste dann die Ablenkung *constant bleiben und nicht verschwinden* und zweitens: diese Erscheinungen sind mit einer Potentialdifferenz von 50 Volt zwischen den Platten leicht beobachtbar und messbar, während bei einem so schwachen Feld noch keine Spur von Kathodenstrahlen bemerkbar ist.

Um zu zeigen, wie gross die Potentialdifferenz der Platten und wie gross die Anzahl der Schwingungen sein muss, um Kathodenstrahlenerscheinungen zwischen den Platten zu erzeugen, wurden folgende Versuche gemacht. Die Platten wurden auf eine constante Potentialdifferenz von 15000 Volt geladen. Nicht die kleinste permanente Ablenkung war beobachtbar. Keine Kathodenstrahlenerscheinung zwischen den Platten war bemerkbar. Was die Schwingungen betrifft, so liessen sich bis 90000 pro Sekunde keine Kathodenstrahlenerscheinungen beobachten. Wenn die Anzahl 2000000 pro Sekunde betrug, dann kam das Gas innerhalb der Röhre zum Leuchten. Das Leuchten aber war ganz allgemein. Keine bestimmten Kathodenstrahlenerscheinungen wurden beobachtet. Diese Schwingungen wurden mittelst Condensatorentladungen mit der folgenden Anordnung erzeugt. Die äusseren Belegungen zweier Leydener Flaschen wurden durch einen mit passender Selbstinduction versehenen Schliessungsbogen verbunden. Die inneren Belegungen wurden mit der secundären eines Induc-

toriums verbunden. Ein Funkenmikrometer wurde mit den inneren Belegungen parallelgeschaltet und die Funkenstrecke wurde während der Versuche zwischen 0,05 und 0,3 cm variiert. Die Platten standen mit den äusseren Belegungen der Flaschen in Verbindung.

IV.

Abhängigkeit des Ablenkungssprunges von einer Aenderung in dem elektrostatischen Feld.

§ 8. Sobald der Grundversuch des vorhergehenden Kapitels quantitativ betrachtet wird, entsteht die Frage, wovon die Grösse dieses Ablenkungssprunges und wovon die Geschwindigkeit der Rückkehr abhängt. Im folgenden ist unter Ablenkungssprung immer diejenige Strecke verstanden, durch welche der Fleck infolge einer plötzlichen Aenderung in der Potentialdifferenz der Platten springt. Es ist leicht denkbar, dass die Grösse des Ablenkungssprunges sowohl von Form, Zustand und Art der Erregung der Röhre und von der Lage und Grösse der Platten wie auch von der Potentialdifferenz, welche commutiert wird, abhängt.

Die Hauptfrage ist natürlich, in wie fern, wenn alle anderen Bedingungen unverändert erhalten bleiben, der Ablenkungssprung von der Potentialdifferenz der Platten abhängt. Die vollständige Beziehung der zwei Grössen kann durch drei Gesetze dargestellt werden. Das erste Gesetz lautet:

Der Ablenkungssprung des Flecks ist der Potentialdifferenz der Platten proportional.

Ein Beweis dieses Gesetzes wird durch die folgenden Messungen (Tabelle 3) geliefert:

TABELLE 3.

Röhre I.: Bereits 30 Minuten in ununterbrochener Benutzung.
Erreger: Kleine Influenzmaschine.
Platten: Länge in der Richtung der Röhre 6 cm; Breite 7 cm; Abstand von einander 3,62 cm; Abstand der Plattenmitte vom Diaphragma 5,5 cm.

Zustand am Anfang des Versuches:
Temperatur 20°; Feuchtigkeit 16 %; Parallele Schlagweite 0,419; Umdrehungen der Influenzmaschine pro Sekunde 2,28.

Potentialdifferenz in Volt V	Ablenkungssprung durch Commutieren in cm A (6 Bestimmungen.)	$\frac{A}{V} 10^3$
803	$3{,}39 \pm 0{,}04$	4,23
662	$2{,}77 \pm 0{,}02$	4,19
542	$2{,}24 \pm 0{,}02$	4,14
397	$1{,}71 \pm 0{,}01$	4,31
296	$1{,}27 \pm 0{,}01$	4,29
147	$0{,}59 \pm 0{,}008$	4,02
346	$1{,}49 \pm 0{,}02$	4,30
495	$2{,}07 \pm 0{,}03$	4,18
662	$2{,}74 \pm 0{,}02$	4,14
806	$3{,}35 \pm 0{,}02$	4,16

Rückkehrzeit für den ersten Sprung 3,0 Sekunden; für den letzten Sprung 3,3 Sekunden.

Zustand am Schlusse des Versuches:
Temperatur 19°; Feuchtigkeit 19 %; Parallele Schlagweite 0,422; Umdrehungen der Influenzmaschine pro Sekunde 2,08.

Die Potentialdifferenz der Platten wurde vermittelst des Elektrometers vor und nach den Bestimmungen des Ablenkungssprunges gemessen. Durch die Aichungskurve wurden die Ausschläge in Volt ausgewertet. Die Ablenkungssprünge sind in

Centimetern auf dem Schirm der Röhre ausgedrückt, wie immer in dieser Abhandlung, wenn es nicht ausdrücklich anders angegeben wird. Sie wurden gewonnen, indem die Potentialdifferenz der Platten commutiert wurde, während der Fleck in der Ruhelage war.

In diesem Versuch wie in allen folgenden mitgeteilten Beobachtungen wird der Zustand am Anfang und am Schluss der Beobachtungsreihe vollständig gegeben. Hierdurch kann man leicht sehen, inwieweit die anderen Versuchsbedingungen unverändert erhalten bleiben. Zu dem Fehler in der Constante $\frac{A}{V}10^3$, namentlich in dem Ablenkungssprung für 1000 Volt, trägt nicht nur die Bestimmung der Potentialdifferenz und des Ablenkungssprunges bei, sondern auch die kleinen unvermeidlichen Aenderungen im Zustand. Diese Zustandsfehler sind von derselben Ordnung als die Beobachtungsfehler, wie die Angaben in Kapitel VI beweisen werden.

§ 9. Das zweite Gesetz lautet:

Der Ablenkungssprung des Flecks ist unabhängig von der Lage des Flecks zur Zeit der Aenderung der Potentialdifferenz der Platten.

Die Richtigkeit dieses Gesetzes wird durch folgende Messungen (Tabelle 4) dargestellt. Diese Beobachtungen sind gewonnen worden, indem während der Rückkehr die Potentialdifferenz commutiert wurde.

TABELLE 4.

Röhre I.: Bereits 45 Minuten in ununterbrochener Benutzung.
Erreger: Kleine Influenzmaschine.
Platten: Länge in der Richtung der Röhre 6 cm; Breite 7 cm; Abstand voneinander 3,48 cm; Abstand der Plattenmitte vom Diaphragma 5,5 cm.

Zustand am Anfang des Versuches:

Temperatur 22°; Feuchtigkeit 14 %; Parallele Schlagweite 0,420; Umdrehungen der Influenzmaschine pro Sekunde 1,56; Potentialdifferenz der Platten 758.

Lage des Fleckes am Anfang des Sprunges.	Lage des Fleckes am Schlusse des Sprunges.	Grösse des Sprunges in cm auf der Mattglasscala.
2,5	6,07	3,57
3,2	6,67	3,47
4,0	7,50	3,50
4,9 } Ruhe-	8,42	3,52
4,9 } lage.	1,29	3,61
5,8	2,32	3,48
6,6	3,04	3,56
7,3	3,67	3,63

Rückkehrzeit für die Ablenkungen von der Ruhelage 3,3 Sek.

Zustand am Schlusse des Versuches:

Temperatur 21°; Feuchtigkeit 17 %; Parallele Schlagweite 0,419; Umdrehungen der Influenzmaschine pro Sekunde 1,45; Potentialdifferenz der Platten 771 Volt.

§ 10. Das dritte Gesetz lautet:

Der Ablenkungssprung des Flecks ist unabhängig von der Potentialdifferenz der Platten, die zur Zeit der Aenderung vorhanden ist.

Durch folgende Messungen (Tabelle 5) wird dieses Gesetz bewiesen. Die Sprünge sind gewonnen worden, indem die Aenderung der Potentialdifferenz gemacht wurde, während der Fleck in der Ruhelage war.

TABELLE 5.

Röhre I.: Bereits 50 Minuten in ununterbrochener Benutzung.

Erreger: Kleine Influenzmaschine.

Platten: Länge in der Richtung der Röhre 6 cm; Breite 7 cm; Abstand voneinander 3,27; Abstand der Plattenmitte vom Diaphragma 5,5 cm.

Zustand am Anfang des Versuches:

Temperatur 17°; Feuchtigkeit 16 %; Parallele Schlagweite 0,428; Umdrehungen der Influenzmaschine pro Sekunde 2,13.

Potentialdifferenz geändert von 395 bis 882 (395 + 487) Volt und umgekehrt.	Ablenkungssprung in cm 1,11 ± 0,01 (16 Best.)
Potentialdifferenz geändert von 0 bis 487 Volt und umgekehrt.	Ablenkungssprung in cm 1,12 ± 0,01 (16 Best.)

Zustand am Schlusse des Versuches:

Temperatur 17°; Feuchtigkeit 16 %; Parallele Schlagweite 0,427; Umdrehungen der Influenzmaschine pro Sekunde 2,10.

Diese drei Gesetze können durch die folgende Gleichung zusammengefasst werden:

$A - A_0 = a(V - V_0)$ in welcher A_0 und A den Abstand des Fleckes von der Ruhelage, V_0 und V die Potentialdifferenz der Platten resp. vor und nach dem Sprung bedeuten. a ist eine von den Versuchsbedingungen abhängige Constante.

V.

Das Gesetz der Rückkehr.

§ 11. Wir wenden uns jetzt zur quantitativen Betrachtung der Rückkehr des Flecks gegen die Ruhelage und stellen gleich die Hauptfrage: wie hängt die Geschwindigkeit dieser Rückkehr mit dem Abstand des Flecks von der Ruhelage zusammen?

Infolge der Erklärung der Rückkehr haben wir es mit einem zusammenfallenden Feld zu thun. Die Geschwindigkeit dieses Zusammenfallens soll der Theorie nach dem vorhandenen Feld proportional sein. Also:

$$\frac{\partial E}{\partial t} = -\frac{I}{T} E$$

wo E die Feldstärke und T eine Proportionalitätsconstante bedeutet. Hieraus durch Integration:

$$E = E_0 \, e^{-\frac{t}{T}}$$

Wenn anstatt des Feldes der Abstand des Flecks von der Ruhelage ins Auge gefasst wird, kann man schreiben:

$$A = A_0 \, e^{-\frac{t}{T}}$$

wo A diesen Abstand bedeutet. Hieraus wenn A_1 und A_2 irgend zwei Abstände bedeuten und t_1 und t_2 die entsprechenden Zeiten sind:

$$T = \frac{t_2 - t_1}{\log_e \frac{A_1}{A_2}}$$

Wäre die Geschwindigkeit der Rückkehr constant, so wäre der Abstand durch die Gleichung ausgedrückt:

$$A = A_0 - w \, t$$

wo w die Geschwindigkeit der Rückkehr und A_0 den Abstand des Flecks zur Zeit $t = 0$ bedeutet.

§ 12. Das wirkliche Gesetz der Rückkehr wird durch die folgenden Messungen (Tabelle 6) bestimmt.

TABELLE 6.

Röhre I.: Bereits 30 Minuten in ununterbrochener Benutzung.
Erreger: Kleine Influenzmaschine.
Platten: Länge in der Richtung der Röhre 6 cm; Breite 7 cm; Abstand voneinander 3,55 cm; Abstand der Plattenmitte vom Diaphragma 5,5 cm.

Zustand am Anfang des Versuches:
Temperatur $17\frac{1}{2}^0$; Feuchtigkeit 21 %; Parallele Schlagweite 0,442; Umdrehungen der Influenzmaschine pro Sekunde 1,93.

	(1)	(2)	(3)
Potentialdifferenz der Platten (Volt)	740	523	340
Ablenkungssprung durch Commutieren (cm)	3,14	2,18	1,46
Rückkehrzeit für die Hälfte des Sprunges (sek.)	0,88	0,81	0,44
Rückkehrzeit für drei Viertel des Sprunges (sek.)	1,50	1,24	0,80
Rückkehrzeit für den ganzen Sprung (sek.)	2,17	1,88	1,44

Zustand am Schlusse des Versuches:
Temperatur 17°. Feuchtigkeit 21 %; Parallele Schlagweite 0,443; Umdrehungen der Influenzmaschine pro Sekunde 1,56.

Aus der folgenden Zusammenstellung (Tabelle 7) ist leicht zu ersehen, dass der Fleck während seiner Rückkehr sich zuerst schnell, dann langsamer und langsamer bewegt. Die Geschwindigkeit ist keine constante, sondern eine mit dem Abstand von der Ruhelage zunehmende Grösse, wie es sein soll.

TABELLE 7.

	Länge der Strecke l (cm)	Zeit t (sek.)	Geschwindigkeit der Rückkehr $w = \frac{l}{t}$
	3,14 — 1,57	0,88	1,78
(1)	1,57 — 0,78	0,62	1,26
	0,78 — 0,00	0,67	1,16
	2,18 — 1,09	0,81	1,35
(2)	1,00 — 0,54	0,43	1,25
	0,54 — 0,00	0,64	0,84
	1,46 — 0,73	0,44	1,66
(3)	0,73 — 0,37	0,36	1,03
	0,37 — 0,00	0,64	0,58

Aus der folgenden Zusammenstellung (Tabelle 8) ist auch leicht zu ersehen, dass das exponentiale Gesetz nicht streng passt, denn T erweist sich nicht als eine constante, sondern als eine mit dem Abstand von der Ruhelage zunehmende Grösse.

TABELLE 8.

	Grenzen der Strecke $A_1 - A_2$	Länge der Strecke	Mitte der Strecke	Zeit um die Strecke zu durchlaufen $t_2 - t_1$	$T = \frac{t_2 - t_1}{\log_e \frac{A_1}{A_2}}$
(1)	3,14 — 1,57	1,57	2,35	0,88	1,26
	3,14 — 0,78	2,36	1,96	1,50	1,08
(2)	2,18 — 1,09	1,09	1,63	0,81	1,17
	2,18 — 0,54	1,64	1,36	1,24	0,89
(3)	1,46 — 0,73	0,73	1,09	0,44	0,64
	1,46 — 0,37	1,09	0,91	0,80	0,58

Es folgt aus der Gleichung

$$\frac{\partial E}{\partial t} = -\frac{1}{T} E$$

dass, je kleiner der Wert von T, desto grösser die Geschwindigkeit des Zusammenfallens des Feldes, d. h. desto grösser die Leitfähigkeit des Gases. Also, wenn der Fleck sich der Ruhelage nähert, wird die Leitfähigkeit des Gases bedeutend grösser. Es ist ferner kaum zu erwarten, dass diese Leitfähigkeit während der Rückkehr constant bleibt, denn gerade das, was die Leitfähigkeit verursacht, nämlich das Kathodenstrahlenbündel, wird abgelenkt und bewegt.

Das Gesetz der Rückkehr kann man so ausdrücken: Wenn der Fleck sich der Ruhelage nähert, nimmt die Geschwindigkeit der Rückkehr ab, sie nimmt aber nicht so schnell ab, als das exponentiale Gesetz verlangt. Das Gesetz der Rückkehr kann auch so ausgedrückt werden: der Fleck bewegt sich beständig, so dass er immer zwischen zwei fingierten Flecken bleibt, von denen der eine die am Anfang der Rückkehr herrschende Geschwindigkeit beibehält, während der andere die von dem exponentialen Gesetz verlangte Geschwindigkeit annimmt.

In Fig. 2 werden die Beobachtungen der ersten Reihe graphisch dargestellt. Aus der Kurve, welche die Beobachtungen am besten darstellt, kann man die folgenden Werte für Zeit und Abstand nehmen.

$$t = o \qquad A = 3{,}14$$
$$t = 0{,}2 \qquad A = 2{,}73$$

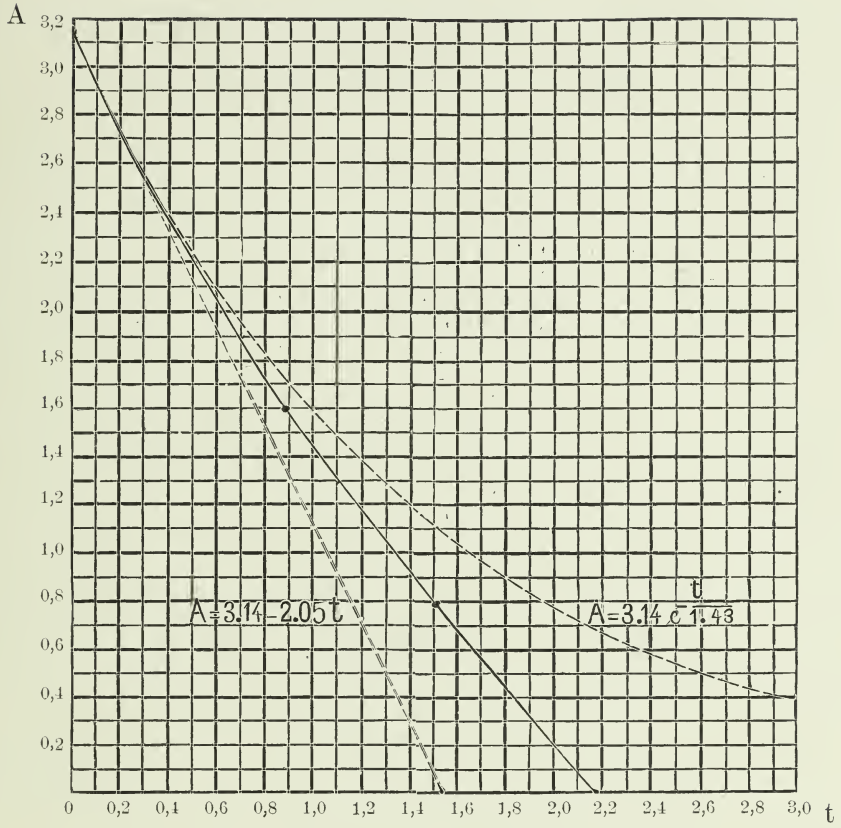
Hieraus berechnet man die mittlere Geschwindigkeit für diese Strecke zu 2,05 und den Wert der Grösse T zu 1,43.

Die wirkliche Kurve liegt dann zwischen den Kurven

$$A = 3{,}14 - 2{,}05\ t \text{ und } A = 3{,}14\ e^{-\frac{t}{1{,}43}}$$

Diese Kurven sind in der Figur durch punktierte Linien gegeben, und die Richtigkeit des Rückkehrgesetzes in der zuletzt ausgesprochenen Form wird ersichtlich. In einem sehr langsam rotierenden Spiegel sieht die Rückkehrkurve gerade wie die in Fig. 2 ausgezogene Kurve aus.

FIGUR 2.


A
3,2
3,0
2,8
2,6
2,4
2,2
2,0
1,8
1,6
1,4
1,2
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1,0
1,2
1,4
1,6
1,8
2,0
2,2
2,4
2,6
2,8
3,0
t
A=3.14-2.05 t
A=3.14 e^{-t/1.43}

VI.

Abhängigkeit des Ablenkungssprunges und der Rückkehrzeit von den verschiedenen Umständen.

§ 13. Der Bequemlichkeit halber werden die verschiedenen Einzelheiten in der Grösse und Lage der Platten, in der Erregungsart und im Zustand der Röhre, von denen der Ablenkungssprung und die Rückkehrzeit abhängen können, in der Form einer Tabelle vorgeführt.

Grösse und Lage der Platten.	1. Abstand der Platten voneinander. 2. Lage der Platten gegen das Diaphragma. 3. Länge der Platten in der Richtung der Röhre.
Art der Erregung.	1. Stärke der Erregung. 2. Art der Erregung: Plötzlichkeit und Intermittenz. 3. Ableitung der Anode zur Erde. 4. Parallel geschaltete Capacität.
Zustand d. Röhre.	1. Höhe des Vacuums. 2. Wandladung. 3. Benutzungszeit. 4. Temperatur. 5. Feuchtigkeit.

Um diese Abhängigkeiten zu bestimmen, wurden die anderen Bedingungen unverändert gehalten, während die betreffende Bedingung in den weitesten Grenzen variiert wurde.

§ 14. Die Abhängigkeit des Ablenkungssprunges von dem Abstand der Platten voneinander wird durch die folgenden Messungen (Tabelle 9) erläutert.

TABELLE 9.

Röhre I.: Bereits 30 Minuten in ununterbrochener Benutzung.
Erreger: Kleine Influenzmaschine.
Platten: Länge in Richtung der Röhre 6 cm; Breite 7 cm; Abstand der Plattenmitte vom Diaphragma 5,5 cm.

Zustand am Anfang des Versuches.

Temperatur 20°; Feuchtigkeit 20%; Parallele Schlagweite 0,421; Umdrehungen der Influenzmaschine pro Sekunde 2,44; Potentialdifferenz der Platten 779 Volt.

Abstand der Platten voneinander. d (cm)	Ablenkungssprung durch Commutieren. A (cm)	A d
3,49	3,47	12,11
4,11	2,81	11,55
5,05	2,08	10,50
5,66	1,92	10,87
6,80	1,56	10,61
8,60	1,15	9,89

Rückkehrzeit für den ersten Ablenkungssprung 1,9 sek.

Zustand am Schlusse des Versuches:

Temperatur 20°,5; Feuchtigkeit 20%; Parallele Schlagweite 0,425; Umdrehungen der Influenzmaschine pro Sekunde 2,28; Potentialdifferenz der Platten 764.

Wie die Messungen zeigen, ist der Ablenkungssprung dem Abstand der Platten voneinander annähernd umgekehrt proportional. Die Abweichung ist wohl dem Einfluss des Randes der Platten und dem Vorhandensein der Röhre im Feld zuzuschreiben.

§ 15. Dass die Stärke der Erregung eine Hauptrolle in der Bestimmung der Grösse des Ablenkungssprunges und der Geschwindigkeit der Rückkehr spielt, zeigen folgende Messungen (Tabelle 10).

TABELLE 10.

Röhre I.: Bereits 50 Minuten in ununterbrochener Benutzung.
Erreger: Kleine Influenzmaschine.
Platten: Länge in der Richtung der Röhre 6 cm; Breite 7 cm; Abstand voneinander 3,49 cm; Abstand der Plattenmitte vom Diaphragma 5,5 cm.

Zustand am Anfang des Versuches:
Temperatur 20°; Feuchtigkeit 20 %; Potentialdifferenz der Platten 711 Volt.

Umdrehungen pro Sekunde	1,45
Parallele Schlagweite	0,415
Ablenkungssprung	3,21
Rückkehrzeit	3,76

Umdrehungen pro Sekunde	3,00
Parallele Schlagweite	0,430
Ablenkungssprung	3,20
Rückkehrzeit	1,44

Zustand am Schlusse des Versuches:
Temperatur 20°; Feuchtigkeit 20 %; Potentialdifferenz der Platten 722 Volt.

Als man die kleine Influenzmaschine, mit welcher die Röhre erregt wurde, etwa zweimal so schnell laufen liess, sank die Rückkehrzeit ungefähr auf ein Drittel des ursprünglichen Wertes. Die Ablenkungssprünge ändern sich nur in geringem Mass.

Auffallender tritt jedoch die Erscheinung auf bei den in § 29 mitgeteilten Beobachtungen, deren Resultate in der folgenden Tabelle 11 zusammengestellt werden.

TABELLE 11.

	Parallele Schlagweite S (cm)	Ablenkungssprung durch Commutieren A (cm)	Rückkehrzeit t (sek.)	AS
Töpler'sche Maschine	0,75	0,80	0,13	0,60
	0,65	1,03	0,22	0,67
	0,55	1,36	0,44	0,75
	0,45	1,76	0,70	0,79
Kleine Influenzmaschine	0,376	1,95	2,1	0,73
	0,324	2,13	12,5	0,69

Die Rückkehrzeit zeigt sich als ausserordentlich empfindlich bezüglich der Stärke der Erregung. Der Ablenkungssprung ist der parallelen Schlagweite beinahe umgekehrt proportional. Die Aenderung in der Stärke der Erregung war in diesem Versuch wirklich extrem. In einem Fall war die Röhre so schwach erregt, dass der Fleck gerade noch beobachtbar blieb. Im anderen Fall war die Röhre so stark erregt, wie die Töpler'sche Maschine sie erregen konnte.

Durch diese Versuche wird bewiesen, dass, je schwächer die Kathodenstrahlen, desto grösser der Ablenkungssprung und desto kleiner die Leitfähigkeit, welche dem Gas mitgeteilt wird.

§ 16. Die folgenden Messungen (Tabelle 12) stellen die Abhängigkeit des Ablenkungssprunges und der Rückkehrzeit von der Lage der Platten gegen das Diaphragma dar.

TABELLE 12.

Röhre I.: Bereits $3^3/_4$ Stunden in ununterbrochener Benutzung.
Erreger: Kleine Influenzmaschine.
Platten: Länge in der Richtung der Röhre 6 cm; Breite 7 cm; Abstand voneinander 3,48.

Zustand am Anfang des Versuches:

Temperatur 16°; Feuchtigkeit 19 %; Parallele Schlagweite 0,421; Umdrehungen der Influenzmaschine pro Sekunde 1,65; Potentialdifferenz der Platten 754.

Abstand der Plattenmitte vom Diaphragma.	Ablenkungssprung (cm)	Rückkehrzeit (Sek.)
7 cm	2,86	3,35
5 cm	2,84	2,4
3 cm	2,51	2,0
2 cm	2,08	1,4

Zustand am Schlusse des Versuches:

Temperatur 15°; Feuchtigkeit 22 %; Parallele Schlagweite 0,421; Umdrehungen der Influenzmaschine pro Sekunde 1,80; Potentialdifferenz der Platten 757.

Durch diese Messungen wird man zu einem wohl unerwarteten Schluss geführt. Wenn die Platten von dem Diaphragma gegen den Schirm vorgerückt werden, wächst der Wert des Ablenkungssprunges, obgleich der Abstand der Platten von dem Schirm verkleinert worden ist und dadurch eine kleine Abnahme eintreten sollte. Die Grösse des Ablenkungssprunges wächst aber nicht so schnell als der Abstand der Plattenmitte vom Diaphragma. Obgleich die durchlaufene Strecke grösser ist, ist doch leicht zu sehen, dass die Rückkehrzeit für dieselbe Strecke bedeutend zunimmt.

Eine Erklärung dafür ergiebt sich aus der Annahme, dass die Kathodenstrahlen mit zunehmender Entfernung vom Diaphragma schwächer und schwächer werden. Infolgedessen, wie wir im vorhergehenden Paragraphen gesehen haben, wird der Ablenkungssprung grösser und die mitgeteilte Leitfähigkeit kleiner.

Diese Erscheinung konnte leider nicht in sehr weiten Grenzen verfolgt werden, weil dass cylindrische Stück der Braun'schen Röhre hinter dem Diaphragma zu kurz war. Es wäre sehr interessant, diese Erscheinung in einer passend construierten Röhre unter viel weiteren Grenzen zu untersuchen, denn aus diesen Aenderungen in dem Ablenkungssprung und in der Rückkehrzeit ist es möglich die Gesetze der Abhängigkeit der Geschwindigkeit der Kathodenstrahlen und der Fähigkeit ein Gas leitend zu machen von der Entfernung der Kathodenstrahlen von der Kathode (bezw. Diaphragma) auszurechnen.

§ 17. Die folgenden Messungen (Tabelle 13) geben über die Abhängigkeit des Ablenkungssprunges von der Länge der Platten eine quantitative Auskunft.

TABELLE 13.

Röhre I.: Bereits 40 Minuten in ununterbrochener Benutzung.
Erreger: Kleine Influenzmaschine.
Platten: Breite 7 cm, Abstand voneinander 3,50 cm; Abstand der Plattenmitte vom Diaphragma 5,5 cm.

Zustand am Anfang des Versuches:

Temperatur 18°; Feuchtigkeit 16 %; Parallele Schlagweite 0,419; Umdrehungen der Influenzmaschine pro Sekunde 1,98; Potentialdifferenz der Platten 773 Volt.

Länge der Platten in der Richtung der Röhre.	Ablenkungssprung durch Commutieren.
6 cm	3,34 cm
4 cm	2,60 cm
2 cm	1,80 cm

Rückkehrzeit für den ersten Ablenkungssprung 3,5 sek.

Zustand am Schlusse des Versuches:
Temperatur 19 °,5; Feuchtigkeit 16 %; Parallele Schlagweite 0,418; Umdrehungen der Influenzmaschine pro Sekunde 1,85; Potentialdifferenz der Platten 796 Volt.

Wegen des Einflusses des Randes der Platten ist es nicht zu erwarten, dass der Ablenkungssprung der Länge proportional ist. Die Abnahme im Ablenkungssprung für je 2 cm Abnahme in der Länge beträgt 0,74 und 0,80 cm. Wenn man beachtet, dass in diesem Versuche die Plattenmitte in einem constanten Abstand von dem Diaphragma festgehalten wurde, und wenn man zur selben Zeit ein Resultat des § 16 (nämlich dass der Ablenkungssprung nicht so schnell zunimmt, als die Entfernung vom Diaphragma) ins Auge fasst, so ist leicht einzusehen, dass diese Abnahme von je 2 cm der Länge eine schwach zunehmende Grösse sein muss. Das Erwartete tritt thatsächlich ein.

§ 18. Um die Abhängigkeit des Ablenkungssprunges und der Rückkehrzeit von der Höhe des Vacuums zu bestimmen, wurden die unten mitgeteilten Beobachtungen (Tabelle 14) mit vier verschiedenen Röhren gemacht.

In erster Linie ist, um vergleichbare Messungen zu haben, nötig, dass die Erregungsstärke dieselbe ist. Um das zu erreichen, wurde jede Röhre so erregt, dass in einem hellen, mit Gas beleuchteten Zimmer der Fleck auf dem Schirm gerade sichtbar wurde. Dieses ist natürlich ein ziemlich roher Massstab der Stärke der Erregung, besonders weil das phosphorescierende Material des Schirms nicht in allen Fällen dasselbe war, und weil die Dimensionen der Röhren ziemlich verschieden waren. Wenn aber geschlossene Röhren vorliegen, dann ist kein anderer Massstab vorhanden. In der fünften Spalte werden die Beobachtungen für eine dieser Röhren (Nr. II.) unter einer viel schwächeren Erregung mitgeteilt. Die Beobachtungen, die für den hier in Betracht kommenden Punkt unnötig sind, werden später in Betracht gezogen werden.

TABELLE 14.

Röhre.		I.	II.	III.	IV.	II.
Bereits in ununterbrochener Benutzung (Min.)		30	—	—	30	60
Erreger		Kleine Inf.-M.	Töpler'sche Maschine	Töpler'sche Maschine	Kleine Maschine	Kleine Maschine
Länge der Platten in der Richtung der Röhre (cm)		2,85	2,85	2,85	2,85	2,85
Breite der Platten (cm)		7	7	7	7	7
Abstand der Platten voneinander (cm)		3,29	3,33	3,33	3,33	3,31
Abstand der Plattenmitte vom Diaphragma (cm)		5,5	3,0	3,9	2,4	2,4
Zustand am Anfang des Versuches.	Temperatur	19°	19½°	22°	19°	21°
	Feuchtigkeit	32%	21 %	22%	19 %	25%
	Parallele Schlagweite	0,447	0,122	0,071	0,186	0,043
	Umdrehungen der Maschine	2,37	—	—	1,70	3,33
Potentialdifferenz der Platten (Volt)		862	482	390	889	242
Ablenkungssprung durch Commutieren (cm)		2,60	1,94	1,7	2,28	2,50
Rückkehrzeit für den ganzen Sprung (sek.)		3,80	0,6	0,2	0,91	8,96
Rückkehrzeit für drei Viertel des Sprunges (sek.)		1,74	0,3	0,1 (?)	0,40	3,60
Magnetische Ablenkung (cm)		2,55	2,71	1,62	1,15	2,60
Stromstärke (Amp.)		5,71	3,82	2,00	1,98	1,85
Zustand am Schluss des Versuches.	Temperatur	19°	19½°	22°	20°	21°
	Feuchtigkeit	33%	21 %	22 %	20%	26%
	Parallele Schlagweite	0,443	0,122	0,071	0,180	0,042
	Umdrehungen der Maschine	2,02	—	—	1,67	3,03

Die Dimensionen dieser Röhren sind schon gegeben worden. Die folgende Zusammenstellung (Tabelle 15) zeigt deutlich die Abhängigkeit der Rückkehrzeit (also nach der früheren Erklärung auch der Leitfähigkeit, welche dem Gas durch die Kathodenstrahlen erteilt wird) und des Ablenkungssprunges von der Höhe des Vacuums.

TABELLE 15.

Röhre	Parallele Schlagweite S (cm)	Ablenkungssprung durch Commutieren A (cm)	Rückkehrzeit sek.	Potentialdifferenz d. Platten V (Volt)	Abstand der Plattenmitte vom Schirm d (cm)	$\frac{A}{Vd}10^3 \cdot 25$
I	0,445	2,60	3,80	862	24,5	3,08
IV	0,183	2,28	0,91	889	21,0	3,05
II	0,122	1,94	0,60	482	21,4	4,70
III	0,071	1,70	0,20	390	19,6	5,56

Hieraus folgt: je besser das Vacuum, desto kleiner die Leitfähigkeit, welche Kathodenstrahlen einer bestimmten Stärke dem Gase erteilen. Je besser das Vacuum, desto kleiner der Ablenkungssprung für dieselbe Erregungsstärke und Potentialdifferenz.

§ 19. Es soll noch eine Anzahl Bedingungen, deren Einfluss auf den Ablenkungssprung und die Rückkehrzeit nicht direkt durch eine Beobachtungsreihe dargestellt werden kann, welche aber unzweifelhaft einen Einfluss ausüben, besprochen werden.

Die Benutzungszeit z. B. (d. h. wie lange die Röhre bereits ununterbrochen benutzt worden ist, ehe die Beobachtungen gemacht werden) hat einen merklichen, aber nicht bestimmt messbaren Einfluss. Alle Messungen wurden gemacht, nachdem die Röhre etwa eine halbe Stunde in ununterbrochener Benutzung gewesen war. Während dieser ersten halben Stunde kommen kleine Aenderungen in der parallelen Schlagweite, Flackern und Unregelmässigkeiten im Ablenkungssprung und in der Rückkehrzeit zum Vorschein. Je stärker die Erregung, desto schneller nach Anfang der Benutzung wird alles regelmässig.

Das Flackern ist ein eigentümlicher Process. Es fängt gewöhnlich an, indem ein Fünkchen irgendwo überspringt. Ein bevorzugter Ort ist hinter der Kathode, wenn ein passender Glasverschluss nicht vorhanden ist. Der Entladungsteil der Röhre leuchtet für einen Augenblick heller. Der Fleck zuckt plötzlich in irgend einer Richtung, und dann kehrt er nach der Ruhelage zurück. Das Merkwürdigste ist, dass der Fleck auseinandergezogen worden ist, und es dauert oft von 5 bis 30 Sekunden, ehe der Fleck sich zu seiner alten, runden, scharf begrenzten Form zusammenzieht, d. h. es bildet sich ein elektrostatisches Feld mit divergierenden Kraftlinien. Es wird durch die Entladung die Symmetrie der Wandladung gestört; dann kommt das divergente Feld, damit eine Strömung im Gase, um die Symmetrie wieder herzustellen. Wird die Potentialdifferenz der Platten commutiert, ehe der Fleck seine alte Form angenommen hat, während sonst alles wie vor dem Flackern aussieht, dann ist die Rückkehrzeit immer bedeutend kleiner. Mit anderen Worten die Leitfähigkeit des Gases durch diese Strömung im Gase ist viel grösser geworden. Im Falle der Röhre I. sank die Rückkehrzeit oft auf den dritten oder vierten Teil des ursprünglichen Wertes.

Durch die Ableitung der Anode zur Erde wird die Wandladung der Röhre von der Anode bis zum Schirmende der Röhre weggenommen. Hierdurch wird bewirkt, dass jede Erscheinung deutlicher und regelmässiger eintritt. Das Flackern tritt auch

seltener ein. Ableitung der Kathode zur Erde hat das entgegengesetzte Resultat. Die Wandladung wird sehr gross.

Was Temperatur und Feuchtigkeit betrifft, so ist leicht zu beobachten, dass alles im Winter viel besser als im Sommer funktioniert. Eine hohe Temperatur im Beobachtungszimmer und eine dadurch bewirkte kleine relative Feuchtigkeit hat immer eine günstige Wirkung, d. h., durch den Mangel an Isolation und die unregelmässige Elektricitätszufuhr, welche im Sommer und bei hoher relativer Feuchtigkeit eintritt, werden die Wandladungen in ihrer relativen Verteilung geändert.

Dass die Wasserhaut auf der äusseren Oberfläche der Röhre, die durch die Feuchtigkeit bedingt werden könnte, höchstens eine zu vernachlässigende Nebenrolle in der Rückkehr spielt, ist durch den im § 6 geschilderten Versuch bewiesen worden.

Ob die Röhre vermittelst eines Inductoriums oder vermittelst einer Elektrisiermaschine, indem man beständig Funken überschlagen lässt, erregt wird, hat bloss auf die Deutlichkeit und Regelmässigkeit jeder Erscheinung einen Einfluss. Am zweckmässigsten ist eine ziemlich schwache, möglichst regelmässige Erregung. Deswegen wurde immer eine Elektrisiermaschine (entweder die kleine Influenzmaschine oder in besonderen Fällen für stärkere Erregungen die Töpler'sche Maschine) ohne Funkenüberschlag mit Zwischenschaltung eines nassen Bindfadens benutzt.

Eine parallel geschaltete Capacität blieb ohne merkliche Wirkung.

Alle in diesem Paragraphen behandelten Umstände haben keinen beobachtbaren direkten Einfluss auf den Wert des Ablenkungssprungs oder der Rückkehrzeit.

Man kann diese Resultate so zusammenfassen. Handelt es sich nur um Qualitative, so ist der Zustand und die Erregungsart der Röhre gleichgültig. Soll aber die Röhre als ein *genauer Messapparat* benutzt werden, so erhält man die besten Resultate, wenn eine ziemlich schwache sehr regelmässige Erregung benutzt wird, wenn die Wandladung vernichtet wird, und wenn die Feuchtigkeit nicht zu hoch ist.

§ 20. Der Einfluss der verschiedenen Umstände, von denen der Ablenkungssprung und die Rückkehrzeit abhängen, ist jetzt quantitativ festgestellt. Es bleibt übrig, die folgende Frage zu beantworten: Wenn ein Ablenkungssprung und die zugehörige Rückkehrzeit unter bestimmten Bedingungen beobachtet worden sind, inwieweit kann man dann erwarten, dass, wenn alle Bedingungen zu irgend einer anderen Zeit streng wiederholt werden, die Werte des Ablenkungssprunges und der Rückkehrzeit mit den früheren Werten übereinstimmen? Bei allen Beobachtungen wurde selbstverständlich auf alle Umstände geachtet, und numerische Werte sind immer angegeben worden. Wenn die für Röhre I angegebenen Werte des Ablenkungssprungs und der Rückkehrzeit so weit wie möglich auf gleiche Bedingungen reduciert werden, so sind die grössten Abweichungen der Ablenkungssprünge, die an verschiedenen Tagen beobachtet wurden, von dem Mittelwert derselben 6—10 %.

Bei der Rückkehrzeit kommen Abweichungen von etwa 20 % vor. Folgendes sind die zwei Hauptursachen dieser Abweichung. Erstens: die benutzte Röhre hatte zwei Diaphragmen und ein Magnet wurde benutzt, um die Kathodenstrahlen möglichst centriert durchzuleiten. Kleine, unvermeidliche Fehler in dieser Centrierung haben zur Folge, dass statt der intensiveren Centralstrahlen minder intensive Randstrahlen zur Beobachtung gelangen. Dadurch tritt eine Abweichung ein, denn die Kathodenstrahlen im Randteile eines Bündels sind bekanntlich schwächer als im centralsten Teil. Zweitens: durch fortdauernde Benutzung können Aenderungen des Vacuums und im sonstigen Zustand des Gases eintreten. Die hier mitgeteilten Messungen erstrecken sich über etwa drei Monate, und die Röhre wurde ziemlich viel benutzt. Diese Fehlerquelle bleibt also in diesem Vergleich von Tag zu Tag unberücksichtigt.

§ 21. Wir haben schon gezeigt, was für ein Zustand und was für eine Erregungsart am zweckmässigsten ist, wenn die

Röhre als Messapparat für elektrostatische Ablenkungen dienen soll. Es bleibt jetzt übrig zu erwähnen, was für eine Vacuumhöhe der Röhre am besten passt. Für Messzwecke wären grosse Ablenkungssprünge und Rückkehrzeiten zu wünschen. Die dadurch gestellten Forderungen für die Vacuumhöhe stehen insofern miteinander in Widerspruch als um die erste zu befriedigen ein niedriges und für die zweite ein hohes Vacuum erforderlich wäre. Nach meiner Erfahrung gelangt man zu einem praktisch befriedigenden Resultat durch die Benutzung einer Röhre, deren Vacuumhöhe so bestimmt ist, dass die parallele Schlagweite 0,25 cm beträgt, wenn sie vermittelst einer Influenzmaschine so stark erregt wird, dass der Fleck auf dem Schirm in einem hell mit Gas beleuchteten Zimmer sichtbar wird.

Eine Röhre mit zwei Diaphragmen hat auch Vorteile. Die Grösse des Flecks kann reguliert werden, und infolge der Länge der Röhre sind die Kathodenstrahlen schwächer und weniger von Entladungsvorgängen abhängig.

VII.

Die Geschwindigkeit der Kathodenstrahlen.

§ 22. Wenn die Kathodenstrahlen als bewegte, materielle, negative Elektricität mit sich führende Teilchen aufgefasst werden, dann ist es möglich, wie J. J. Thomson [1]) gezeigt hat, die Geschwindigkeit dieser Teilchen zu bestimmen, indem man die Ablenkung der Kathodenstrahlen durch ein bestimmtes elektrostatisches Feld und auch durch ein bestimmtes magnetisches Feld misst. Die Ausdrücke für die elektrostatische und magnetische Ablenkung sind:

[1]) Thomson, Phil. Mag. 44., p. 293, 1897.

$$A_E = d \cdot \frac{e}{m} \cdot \frac{l_E}{v^2} \cdot E$$

$$A_M = d \cdot \frac{e}{m} \cdot \frac{l_M}{v} \cdot M$$

wo A_E die elektrostatische Ablenkung, A_M die magnetische Ablenkung, d der Abstand des Schirmes von den Feldern, m die Masse eines Teilchens, e die getragene Elektricität, l_E die Länge des elektrostatischen Feldes, l_M die Länge des magnetischen Feldes, v die Geschwindigkeit der Kathodenstrahlen, E die Stärke des elektrostatischen Feldes, M die Stärke des magnetischen Feldes ist.

Hieraus

$$v = \frac{l_E}{l_M} \cdot \frac{A_M}{A_E} \cdot \frac{E}{M}$$

$$\frac{m}{e} = d \cdot \frac{l^2{}_M}{l_E} \cdot \frac{A_E}{A^2{}_M} \cdot \frac{M^2}{E}$$

Wenn ferner $l_E = l_M = l$

$$V = \frac{A_M}{A_E} \cdot \frac{E}{M}$$

$$\frac{m}{e} = d \cdot l \cdot \frac{A_E}{A^2{}_M} \cdot \frac{M^2}{E}$$

Aus den in § 18 gegebenen Beobachtungen kann die Geschwindigkeit der Kathodenstrahlen und das Verhältnis der Masse zur getragenen Menge berechnet werden. Der Wert der elektrostatischen Feldstärke ausserhalb der Röhre wurde bestimmt, indem die Potentialdifferenz der Platten durch den Plattenabstand dividiert wurde. Der störende Einfluss des Randes der Platten und die Inhomogenität des Feldes infolge des Vorhandenseins der Röhre wurde vernachlässigt. Das Feld innerhalb der Röhre wurde nach der von Stefan[1]) für den analogen magnetischen Fall angegebenen Formel berechnet.

$$\frac{E_0}{E} = 1 + \frac{(\varepsilon^1 - \varepsilon)^2}{4\,\varepsilon\,\varepsilon^1}\left(1 - \frac{b^2}{a^2}\right)$$

[1]) Stefan, Wied. Ann. 17, p. 943, 1882.

wo E_0 das Feld ausserhalb der Röhre, E das Feld innerhalb der Röhre, ε' die Dielektricitätsconstante des Glases, ε diejenige des Gases, a den äusseren Radius und b den inneren Radius der Röhre bedeutet. Das magnetische Feld wurde vermittelst zwei sehr langer, gleicher Spulen erzeugt. Diese Spulen besassen je eine einfache Drahtumwickelung, und der Durchmesser der Spulen war gleich der Länge der Platten in der Richtung der Röhre. Das magnetische Feld wurde aus der Stromstärke und den Dimensionen der Spulen berechnet. Die folgende Tabelle 16 enthält die verschiedenen Resultate.

TABELLE 16.

	Röhre	M	E		v		$\frac{m}{e}$	
gleich stark erregt	I.	9,19	2,21	$\times 10^{10}$	4,72	$\times 10^{9}$	0,533	$\times 10^{-7}$
	II.	7,54	1,19	„	4,40	„	0,385	„
	III.	3,95	0,986	„	4,76	„	0,285	„
	IV.	3,74	2,22	„	5,98	„	0,325	„
schwächer erregt	II.	3,97	0,600	„	3,14	„	0,305	„

§ 23. In der folgenden Tabelle findet man eine Zusammenstellung der Werte für v und $\frac{m}{e}$ für Luft, welche durch Vergleich der magnetischen und der elektrostatischen Ablenkungen sonst gewonnen worden sind.

TABELLE 17.

Verfasser	Wert von $\frac{m}{e}$		Wert von v		Bemerkungen
J. J. Thomson, Phil. Mag., 1897, 44, p. 309.	1,3	10^{-7}	2,8	10^9	
	1,1	„	2,8	„	
	1,2	„	2,3	„	
	1,3	„	3,6	„	
	1,1	„	2,8	„	
W. Wien, Wied. Ann., 1898, 65, p. 445.	0,5	10^{-7}	10	10^9	
P. Lenard, Wied. Ann., 1898, 64, p. 287.	1,54	10^{-7}	6,7	10^9	Parallele Schlagweite 2,8 cm
	1,58	„	7,0	„	„ „ 3,2 „
	1,57	„	8,1	„	„ „ 3,6 „

Für die verschiedenen Einzelheiten über Form, Zustand und Vacuumhöhe der Röhren muss auf die betreffenden Abhandlungen hingewiesen werden. Die in diesen Bestimmungen benutzten elektrostatischen Ablenkungen waren nicht Ablenkungssprünge. sondern dauernde Ablenkungen. Die Platten aber waren in jedem Fall nicht ausserhalb, sondern innerhalb der Röhre, und deswegen waren die Ablenkungen vielleicht dauernd, weil, trotz einer Leitfähigkeit, durch Zufuhr von Elektricität das Feld erhalten bleiben konnte. Ueberdies war die Leitfähigkeit viel kleiner als in meinen Versuchen, wenn sie überhaupt von Null zu unterscheiden wäre, weil immer ein sehr hohes Vacuum benutzt wurde.

Wenn man diese Werte mit den obigen vergleicht, kommt man zu diesem Schluss, dass, was Geschwindigkeit und Verhältnis der Masse zur getragenen Menge betrifft, es sehr wenig ausmacht, ob die Kathodenstrahlen im äussersten Vacuum oder in dem verhältnismässig niedrigen Vacuum einer Braun'schen Röhre sich fortpflanzen.

Wenn man die zwei Werte der Geschwindigkeit der Röhre II vergleicht, sieht man, dass je stärker die Erregung, desto grösser die Geschwindigkeit — ein Resultat, zu dem Lenard [1]) schon gekommen ist.

§ 24. Kaufmann [2]) hat gefunden, dass die magnetische Ablenkung der Quadratwurzel des Erregungspotentials umgekehrt proportional ist.

Wenn man also die Gleichung:

$$v = \frac{A_M}{A_E} \cdot \frac{E}{M}$$

betrachtet und beachtet, dass mit wachsender Erregungsstärke v zunimmt, während A_M abnimmt, dann folgt, dass A_E schneller abnehmen muss als A_M. A_M ist aber der Quadratwurzel der Erregungsstärke umgekehrt proportional. Also muss A_E proportional mit einer Potenz der Erregungsstärke sein, welche kleiner als $-\frac{1}{2}$ ist. Die Richtigkeit dieses Schlusses haben wir schon im § 15 gesehen.

Die Geschwindigkeit der Kathodenstrahlen und das Verhältnis der Masse zur getragenen Menge ist abgeleitet worden unter der Annahme, dass der Ablenkungssprung die wahre elektrostatische Ablenkung ist. Die gute Uebereinstimmung liefert einen neuen Beweis fur die Richtigkeit dieser Annahme.

---

[1]) Lenard l. c.

[2]) Kaufmann, Wied. Ann. 61, p. 544, 1897.

VIII.

Die Leitfähigkeit des Gases.

§ 25. Wenn die Geschwindigkeit des Zusammenfallens eines erlöschenden Feldes durch die Gleichung $\frac{\partial E}{\partial t} = -\frac{1}{T} E$ ausgedrückt wird, dann ist, der Theorie nach, $T = \frac{\varepsilon}{\lambda}$ wo λ die Leitfähigkeit bedeutet und ε die Dielektricitätsconstante des Mediums, welche wir gleich ε_0 die Dielektricitätsconstante des Vacuums setzen wollen. Für das absolute elektromagnetische System von Einheiten ist

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 9 \cdot 10^{20}}$$

Also

$$\lambda = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 9 \cdot 10^{20} \cdot T}$$

Sei ferner λ_0 (gleich $1{,}063 \times 10^{-5}$ in diesem Einheitensystem) die Leitfähigkeit des Quecksilbers.

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 9 \cdot 10^{20} \cdot T \cdot 1{,}063 \cdot 10^{-5}} = \frac{1}{T} \cdot 8{,}32 \cdot 10^{-18}$$

Die Werte für $\frac{\lambda}{\lambda_0}$, welche aus den in § 18 mitgeteilten Beobachtungen berechnet werden, sind die folgenden:

TABELLE 18.

	Röhre	Parallele Schlag-weite	T	$\frac{\lambda}{\lambda_0}$
gleich stark erregt.	I	0,445	1,25	$0{,}67 \cdot 10^{-17}$
	II	0,122	0,22	3,8 „
	III	0,071	0,07	12,0 „
	IV	0,183	0,29	2,9 „
schwächer erregt.	II	0,042	2,59	0,32 „

Das Gesetz, dass unter derselben Erregungsstärke die „Leitfähigkeit“ mit steigender Vacuumhöhe abnimmt, ist schon in § 18 erwähnt worden.

Das Gesetz, dass mit derselben Röhre je schwächer die Erregung, desto kleiner die „Leitfähigkeit“, ist schon in § 15 bewiesen worden.

IX.

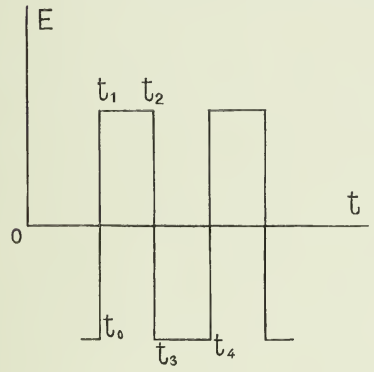
Ein periodisches Elektrostatisches Feld.

§ 26. Bis jetzt sind nur plötzliche Aenderungen in dem elektrostatischen Feld betrachtet worden. Die Potentialdifferenz der Platten vor und nach dieser Aenderung blieb constant. Die bei diesen Untersuchungen gewonnenen Resultate sollen nunmehr angewendet werden für den Fall, dass das ablenkende Feld periodisch veränderlich ist.

Es wurde früher gefunden: 1. Die Aenderung des Abstands des Fleckes von der Ruhelage ist der Aenderung der Potentialdifferenz der Platten proportional. Diese Abstandsänderung ist unabhängig von der Potentialdifferenz der Platten oder von dem Abstand des Flecks zur Zeit der Aenderung (vergl. § 8, 9, 10).

2. Wenn der Fleck sich nicht in der Ruhelage befindet, dann strebt er beständig gegen die Ruhelage mit einer Geschwindigkeit, welche zwischen einer constanten und der exponentiellen Geschwindigkeit liegt (vergl. § 12).

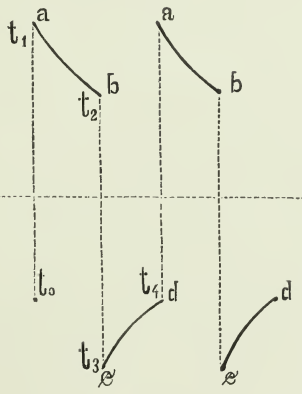
FIGUR 3.



§ 27. Wir fangen mit der einfachsten periodischen Aenderung der Potentialdifferenz an. Die Potentialdifferenz werde immer nach einem bestimmten Zeitintervall commutiert. Die Potentialdifferenz der Platten kann dann graphisch vermittelst Fig. 3 dargestellt werden. Wäre keine Rückkehr vorhanden, so würde diese Figur den Abstand des Flecks von der Ruhelage darstellen. Das Verhalten des Flecks, das man theoretisch erwarten sollte, wird in Figur 4 a gegeben. Während der Zeit t_0 t_1 springt infolge der Aenderung der Potentialdifferenz der Fleck von d bis a. Während der Zeit t_1 t_2 kehrt er von a bis b gegen die Ruhe-

FIG. 4 a.

FIG. 4 b.

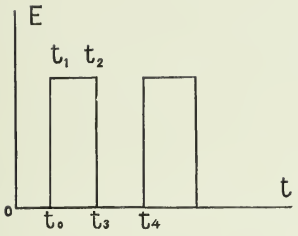


lage zurück. Während der Zeit t_2 t_3 kommt infolge der Aenderung der Potentialdifferenz ein Sprung von b bis c. Während der Zeit t_3 t_4 kommt eine Rückkehr von c bis d und von jetzt an wiederholt sich alles. Wenn das Commutieren momentan geschieht, sollten nur die Strecken a b und c d auf dem Schirm sichtbar sein. Diese Strecken müssen, wenn auch nicht im Anfang, so doch nachdem alles eine kurze Zeit im Gang gewesen ist, symmetrisch bezüglich der Ruhelage liegen, denn wenn a weiter entfernt von der Ruhelage wäre als c, dann würde die Geschwindigkeit der Rückkehr von a grösser als von c sein und, weil die Zeiten t_1 t_2 und t_3 t_4 gleich sind, muss dann allmählich eine Centrierung von selbst eintreten.

Diese Folgerungen wurden nun experimentell geprüft, indem die Wasserbatterie mittels eines rotierenden Commutators mit den Platten verbunden wurde. Allerdings darf der Commutator nicht zu schnell rotieren, weil die Contacte zu schlecht werden können. Das theoretisch Vorausgesehene fand durch diese Experimente eine vollständige Bestätigung. Thatsächlich kamen diese zwei Ablenkungstrecken a b und c d auf dem Schirm zum Vorschein. Der obenerwähnte Centrierungsprozess wurde deutlich beobachtet, als die Verbindung der Platten mit dem Commutator hergestellt wurde bei verschiedenen Abständen des Fleckes von der Ruhelage. Je kürzer die Periode, desto kleiner die Strecken a b und c d. Wenn die halbe Periode länger als die Rückkehrzeit ist, dann fallen b und d mit der Ruhelage zusammen. Im rotierenden Spiegel werden die Ablenkungsstrecken, wie die Fig. 4 b darstellt, ausgezogen.

In dieser Erscheinung liegt eine Methode vor, die Geschwindigkeit der Rückkehr zu bestimmen, denn die Strecken a b und c d sowie die Periode können gemessen werden. In der Praxis aber wird keine grosse Genauigkeit erreicht, denn sobald die Rückkehr schnell ist, muss der Commutator so schnell gedreht werden, dass die Strecken nicht mehr scharf begrenzt und gut messbar sind.

FIGUR 5.



Anstatt die Potentialdifferenz der Platten zu commutieren, können die Platten einfach geladen und entladen werden.

Die Potentialdifferenz wird dann graphisch wie in Figur 5 dargestellt werden. Nach dem Centrierungsprozess sehen die Ablenkungsstrecken wie früher aus.

§ 28. Wenn die Potentialdifferenz der Platten durch eine einfache Sinusfunktion gegeben ist, so müssen wir die beiden in § 12 gegebenen Grenzfälle betrachten:

1. dass die Rückkehrgeschwindigkeit eine constante ist,
2. dass die Rückkehrgeschwindigkeit dem exponentiellen Gesetz gehorcht.

Sei die Sinusfunktion, welche die Potentialdifferenz der Platten darstellt:

$$V = V_0 \sin (2 \pi n t)$$

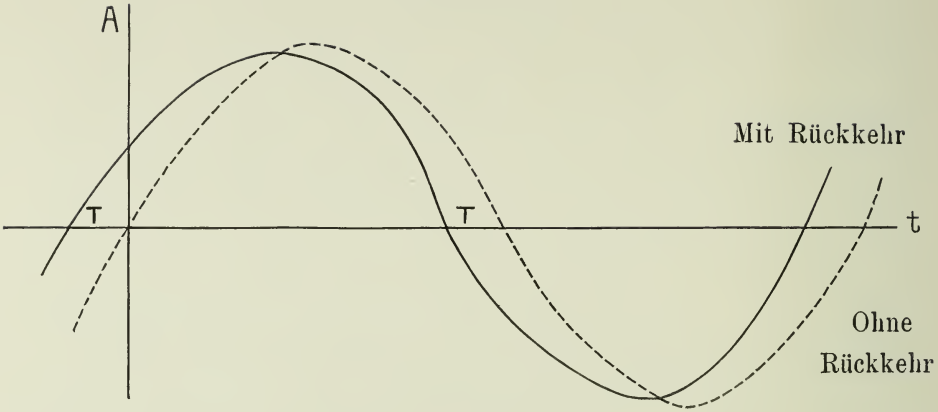
Sei a die Proportionalitätsconstante zwischen Aenderungen in der Potentialdifferenz der Platten und Aenderungen in dem Abstand des Flecks von der Ruhelage. Sei w die hier als constant vorausgesetzte Geschwindigkeit der Rückkehr des Flecks und sei ferner A der Abstand des Flecks von der Ruhelage.

Wenn keine Rückkehr vorhanden wäre, dann wäre der Abstand des Flecks durch die Gleichung bestimmt:

$$A = a V = a V_0 \sin (2 \pi n t)$$

Diese Kurve wird in Fig. 6 durch die punktierte Linie angegeben.

FIGUR 6.



$$\frac{d\,V}{d\,t} = 2\,\pi\,n\,V_0 \cos(2\,\pi\,n\,t)$$

Wenn Rückkehr vorhanden ist:

$$\frac{d\,A}{d\,t} = a\,2\,\pi\,n\,V_0 \cos(2\,\pi\,n\,t) - w$$

$$A = a\,V_0 \sin(2\,\pi\,n\,t) - w\,t + \text{const.}$$

$$A = 0 \text{ für } t = -T$$

Dass eine Phasenverschiebung in diesem Sinn existiert, zeigt die Ueberlegung, dass mit Rückkehr irgend ein Abstandswert früher eintreten muss als ohne Rückkehr (vergl. Fig. 6).

$$A = a\,V_0 \sin(2\,\pi\,n\,t) + a\,V_0 \sin(2\,\pi\,n\,T) - w\,t - w\,T$$

Indem $\frac{d\,A}{d\,t} = 0$ gesetzt wird, bekommt man:

$$t_{\text{maximum}} = \frac{1}{2\,\pi\,n} \arccos\left(\frac{w}{a\,2\,\pi\,n\,V_0}\right)$$

$$A_{\text{maximum}} = a\,V_0 \sin\left\{ \arccos\left(\frac{w}{a\,2\,\pi\,n\,V_0}\right)\right\} + a\,V_0 \sin(2\,\pi\,n\,T)$$

$$-\frac{w}{2\,\pi\,n} \arccos\left(\frac{w}{a\,2\,\pi\,n\,V_0}\right) - w\,T.$$

Für $t = \frac{1}{2n} - T$ ist A wieder gleich Null.

Also: $$0 = 2\,a\,V_0 \sin(2\,\pi\,n\,T) - \frac{w}{2n}.$$

Hieraus: $$T = \frac{1}{2\,\pi\,n} \arcsin \frac{w}{4\,a\,n\,V_0}.$$

Also schliesslich:

$$A_{\text{max.}} = a\,V_0 \sin\left\{ \arccos\left(\frac{w}{a\,2\,\pi\,n\,V_0}\right)\right\} + \frac{w}{4\,n}$$

$$-\frac{w}{2\,\pi\,n}\left\{ \arccos\left(\frac{w}{a\,2\,\pi\,n\,V_0}\right) + \arcsin\left(\frac{w}{4\,a\,n\,V_0}\right)\right\}$$

Man sieht, dass

$$\arccos\left(\frac{w}{a\,2\,\pi\,n\,V_0}\right) + \arcsin\left(\frac{w}{4\,a\,n\,V_0}\right)$$ immer grösser als $\frac{\pi}{2}$ ist.

Also geben die zwei letzten Glieder der rechten Seite immer etwas Negatives.

Also: $$A_{\text{max.}} < a\,V_0.$$

$A\,V_0$ ist der maximale Wert des Abstandes, wenn keine Rückkehr vorhanden wäre.

Also infolge der Rückkehr kommt eine Verkleinerung des maximalen Wertes des Abstandes, eine Formänderung und eine Phasenverschiebung zum Vorschein.

Der zweiten Annahme nach soll die Geschwindigkeit der Rückkehr gleich $-\frac{1}{T} A$ sein.

Also $$\frac{d A}{d t} = a\, 2\, \pi\, n\, V_0 \cos (2\, \pi\, n\, t) - \frac{1}{T} A$$

Wir setzen $$A = K\, e^{-\frac{t}{T}}$$

$$\frac{d A}{d t} = -\frac{K}{T} e^{-\frac{t}{T}} + \frac{d K}{d t} e^{-\frac{t}{T}}$$

$$-\frac{K}{T} e^{-\frac{t}{T}} + \frac{d K}{d t} e^{-\frac{t}{T}} + \frac{K}{T} e^{-\frac{t}{T}} = a\, 2\, \pi\, n\, V_0 \cos (2\, \pi\, n\, t)$$

$$d K = a\, 2\, \pi\, n\, V_0\, e^{\frac{t}{T}} \cos (2\, \pi\, n\, t)\, d t$$

$$K = \left\{ \frac{e^{\frac{t}{T}} \left[2\, \pi\, n \sin (2\, \pi\, n\, t) + \frac{1}{T} \cos (2\, \pi\, n\, t) \right]}{\frac{1}{T^2} + 4\, \pi^2\, n^2} \right\} a\, 2\, \pi\, n\, V_0 + \text{const}$$

$$A = \frac{a\, 2\, \pi\, n\, V_0}{\frac{1}{T^2} + 4\, \pi^2\, n^2} \left\{ 2\, \pi\, n \sin (2\, \pi\, n\, t) + \frac{1}{T} \cos (2\, \pi\, n\, t) \right\} + \text{const}\, e^{-\frac{t}{T}}$$

Das letzte Glied verschwindet mit der Zeit. Wir werden den stationären Zustand betrachten.

Indem $\frac{d A}{d t}$ gleich Null gesetzt wird

$$\operatorname{tg} (2\, \pi\, n\, t) = \frac{4\, \pi^2\, n^2}{\frac{2\, \pi\, n}{T}} = 2\, \pi\, n\, T$$

$$t_{\text{maximum}} = \frac{1}{2\, \pi\, n} \operatorname{arctg} (2\, \pi\, n\, T)$$

$$A_{\text{maximum}} = \frac{a\,V_0}{\frac{1}{2\pi n T^2} + 2\pi n} \left\{ 2\pi n \sin \operatorname{arctg} (2\pi n T) + \frac{1}{T} \cos \operatorname{arctg} (2\pi n T) \right\}$$

Die vier folgenden numerischen Beispiele geben einen Begriff von der Grösse der $^0/_0$ Abweichung des maximalen Abstandes mit Rückkehr von dem maximalen Abstand ohne Rückkehr.

Sei $a\,V_0 = 4$ cm $\quad n = 50$

(1) $w = 100$ $\quad$ (3) $T = 2{,}0$

(2) $w = 0{,}1$ $\quad$ (4) $T = 0{,}02$

$a\,V_0 = 4$ entspricht einer Ablenkung, welche so gross wie der Durchmesser des Schirmes einer gewöhnlichen Röhre ist. Alle Werte von w und T, die in dieser Abhandlung vorkommen, liegen zwischen den angegebenen Werten.

TABELLE 19.

	Phasen-verschiebung	Max. Abstand ohne Rück-kehr	Max. Abstand mit Rückkehr	$^0/_0$ Ab-wei.
(1) $w = 100$	7° 10′ 51″	4,000	3,983	0,4
(2) $w = 0{,}1$	0° 0′ 26″	4,000	4,000	0,0
(3) $T = 2{,}0$	0° 5′ 28″	4,000	4,000	0,0
(4) $T = 0{,}02$	9° 2′ 35″	4,000	3,953	1,2

Man kommt zu folgendem wichtigen Schluss. Die Aenderungen in der Länge der Ablenkungsstrecke, welche infolge der Rückkehr eintreten, sind von derselben Grösseordnung wie die unvermeidlichen Beobachtungsfehler.

§ 29. In der Praxis liegt keine Methode vor, die Richtigkeit dieser theoretischen Ergebnisse sehr genau zu prüfen, denn die Spannung, welche eine Wechselstromdynamomaschine liefert, weicht immer etwas von der Sinusform ab. Mehr oder wenig starke Oberschwingungen sind immer vorhanden. Kleine Schwingungen mit längeren Perioden wie Riemenumlauf, Dampfmaschinenumlauf etc. treten auch oft ein. Wenn der zeitliche Mittelwert einer solchen Spannung vermittelst eines Elektrometers bestimmt wird, bleiben die Oberschwingungen und die langsameren Schwingungen ohne merklichen Einfluss. Es ist immer lediglich der Mittelwert der Hauptschwingung, welcher bestimmt wird. Wenn kleine Aenderungen der Maximalwerte der Spannung vorkommen, dann ist es wieder der Mittelwert, welcher vermittelst des Elektrometers bestimmt wird. Untersucht man eine solche Spannung mit einer Braun'schen Röhre, dann ist alles ganz anders. Die Grenzen der Ablenkungsstrecke werden bestimmt durch den allergrössten Wert der Spannung, der auf irgend eine Weise infolge irgend eines Zusammenwirkens von Oberschwingungen oder langsamen Schwingungen oder Aenderungen in dem Maximalwert der Spannung untereinander eintritt. Es ist dann natürlich zu erwarten, dass die beobachtete Ablenkungsstrecke immer *grösser* sein wird als die Strecken, welche aus dem vermittelst eines Elektrometers bestimmten Mittelwert der Spannung berechnet werden. Im Falle der Strassburger Centrale wurden folgende Messungen (Tabelle 20 und 21) gemacht.

TABELLE 20.

Röhre I.: Bereits 50 Minuten in ununterbrochener Benutzung.
Erreger: Kleine Influenzmaschine.
Platten: Länge in der Richtung der Röhre 6 cm; Breite 7 cm; Abstand voneinander 3,55 cm; Abstand der Plattenmitte vom Diaphragma 5,1 cm.

Zustand am Anfang des Versuches:
Temperatur 20°; Feuchtigkeit 29 %; Parallele Schlagweite 0,440; Umdrehungen der Influenzmaschine pro Sekunde 1,90.

Potentialdifferenz der Platten	Ablenkungssprung durch Commutieren in cm
584 Volt.	2,39.
Mittelwert der transformierten Centralenspannung	Ablenkungsstrecke
646 Volt.	4,04.
Potentialdifferenz der Platten	Ablenkungssprung durch Commutieren in cm
656 Volt.	2,69.

Zustand am Schlusse des Versuches:
Temperatur 19°; Feuchtigkeit 30 %; Parallele Schlagweite 0,440; Umdrehungen der Influenzmaschine pro Sekunde 1,76.

Hieraus wird berechnet:

Ablenkungssprung durch Commutieren von 1000 Volt
aus der ersten Bestimmung 4,09
„ „ zweiten „ 4,10.

Ablenkungssprung berechnet für 646 $\sqrt{2}$ Volt 3,74
Beobachtete Strecke 4,04
Unterschied etwa + 8 %.

TABELLE 21.

Röhre II.: Bereits 40 Minuten in ununterbrochener Benutzung.
Erreger: Kleine Influenzmaschine.
Platten: Länge in der Richtung der Röhre 2,85 cm; Breite 7 cm; Abstand voneinander 2,67 cm; Abstand der Plattenmitte vom Diaphragma 2,4.

Zustand am Anfang des Versuches:
Temperatur 22°; Feuchtigkeit 35 %; Parallele Schlagweite 0,363; Umdrehungen der Influenzmaschine pro Sekunde 2,70.

Potentialdifferenz der Platten 750 Volt.	Ablenkungssprung durch Commutieren 1,84.
Mittelwert der transformierten Centrale 737 Volt.	Ablenkungsstrecke 2,89.

Zustand am Schlusse des Versuches:
Temperatur 22°; Feuchtigkeit 35 %; Parallele Schlagweite 0,363; Umdrehungen der Influenzmaschine pro Sekunde 2,78.

Hieraus wird berechnet:

Ablenkungssprung durch Commutieren von 1000 Volt	2,45.
Ablenkungssprung berechnet für 737 $\sqrt{2}$ Volt	2,56
Beobachtete Strecke	2,89
Unterschied etwa	+ 13 %.

Dass dieser Unterschied von der Stärke der Erregung wesentlich unabhängig ist, zeigen folgende Messungen. (Tabelle 22).

TABELLE 22.

Röhre II.

Erreger: Töpler'sche Maschine und kleine Influenzmaschine.

Platten: Länge in der Richtung der Röhre 2,85 cm; Breite 7 cm; Abstand voneinander 2,67 cm; Abstand der Plattenmitte vom Diaphragma 2,4 cm.

Zustand am Anfang des Versuches:

Temperatur 16°; Feuchtigkeit 37 %; konstante Potentialdifferenz der Platten 808 Volt; Mittelwert der transformierten Centrale 796 Volt.

	Töpler'sche Maschine				Kleine Infl.	
Parallele Schlagweite	0,75	0,65	0,55	0,45	0,376	0,324
Ablenkungssprung durch Commutieren	0,80	1,03	1,36	1,76	1,95	2,13
Rückkehrzeit	0,13	0,22	0,44	0,70	2,1	12,5
Ablenkungsstrecke	1,21	1,68	2,11	2,69	3,06	3,53.

Zustand am Schlusse des Versuches:

Temperatur 21°; Feuchtigkeit 40 %; konstante Potentialdifferenz der Platten 793 Volt; Mittelwert der transformierten Centrale 813 Volt.

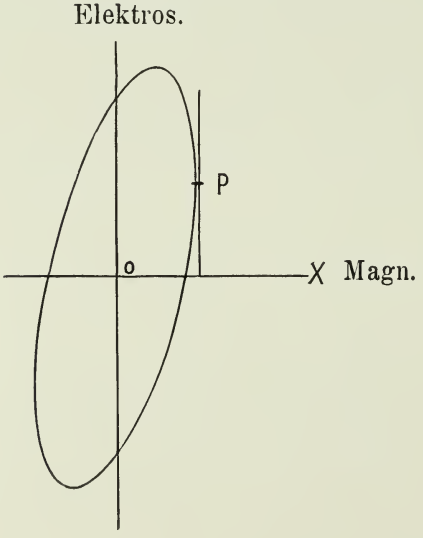
Hieraus wird berechnet:

Parallele Schlagweite.	Ablenkungssprung für 1000 Volt.	Ablenkungssprung für $805\sqrt{2}$ Volt.	Beobachtete Strecke.	% Unterschied.
0,75	1,00	1,14	1,21	6 %
0,65	1,29	1,47	1,68	14 %
0,55	1,70	1,94	2,11	9 %
0,45	2,20	2,51	2,69	7 %
0,376	2,44	2,78	3,06	10 %
0,324	2,66	3,03	3,53	17 %
			Mittel	10,5 %.

Eine gute Uebereinstimmung zwischen der Theorie und der Praxis ist also vorhanden, denn wenn man den constanten Unterschied von etwa $10\,^1/_2\,\%$, welcher infolge der Abweichung der Spannungskurve von einer echten Sinuskurve eintritt, berücksichtigt, dann ist der Einfluss der Rückkehr nicht grösser als der theoretisch verlangte.

§ 30. Dass eine Phasenverschiebung zwischen der Ablenkung des Flecks und der Potentialdifferenz der Platten wirklich existiert, zeigt folgender Versuch. Ein Wechselstrom wurde durch eine Spule in der Nähe der Röhre und dann durch die primäre eines entfernten Inductoriums geschickt. Die secundäre des Inductoriums wurde mit den Platten verbunden. Die Röhre wurde sehr schwach erregt und die Platten und die Stromstärke so adjustiert, dass eine elektrostatische Ablenkung in einer verticalen Richtung durch beinahe den ganzen Durchmesser des Schirms bewirkt wurde. Die Spule, durch welche der primäre Strom fliesst, wurde so eingestellt, dass eine viel kleinere magnetische Ablenkung senkrecht zur elektrostatischen Ablenkung erlangt wurde. Bei der Zusammenwirkung dieser zwei Ablenkungen bekommt man eine enge Ellipse, weil die Perioden streng dieselben sind. Weil der Phasenunterschied der magnetischen und der elektrostatischen Ablenkung nicht streng 90^0 war, lag die grosse Achse dieser Ellipse nicht genau in einer verticalen Richtung. Eine verticale Linie berührt diese Ellipse also nicht in einem Punkt auf der horizontalen Achse, sondern im Punkte P Fig. 7. Die Röhre wurde

FIGUR 7.



dann sehr stark erregt. Die elektrostatische Ablenkung nahm bedeutend ab, wurde sogar auf etwa ein Drittel reduciert. Die magnetische Ablenkung nahm aber nicht so stark ab. Wenn wir für einen Augenblick voraussetzen wollen, dass infolge dieses Zuwachses in der Erregungsstärke keine weitere Phasenverschiebung eintritt, dann muss eine verticale Linie die neue kleinere Ellipse in einem Punkt berühren, der zwischen dem Punkt P und der horizontalen Linie O X liegt, denn das Maximum der magnetischen Ablenkung muss in demselben relativen Zeitpunkt wie früher eintreten. Was aber beobachtet wurde, war, dass der Berührungspunkt von der horizontalen Linie wegrückte. Eine Phasenverschiebung infolge des Zuwachses der Erregungsstärke war also deutlich zu sehen.

X.

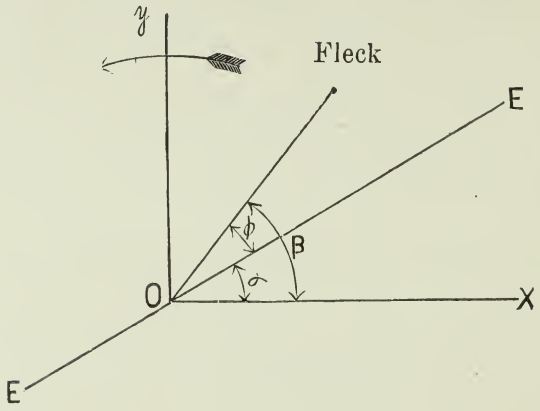
Rotierender Condensator.

§ 31. Wir stellen uns jetzt die Frage: was wird stattfinden, wenn die Platten ohne Aenderung der Potentialdifferenz regelmässig um die Röhre gedreht werden. Um diese Umdrehung zu ermöglichen, wurde ein besonderer Apparat construiert [1]). Zwei Messingplatten (6,5 × 5,8 cm) wurden vermittelst Hartgummisäulen innerhalb eines Messingcylinders befestigt. Dieser Cylinder war innerhalb eines anderen Cylinders drehbar. Vermittelst zweier Contactstreifen wurden die Platten in leitende Verbindung mit zwei Schleifringen gesetzt. Diese Schleifringe waren gut durch Hartgummi isoliert. Das Ganze war auf einem passenden soliden Stativ befestigt.

[1]) Dieser Apparat wurde von Mechanikern J. und A. Bosch in Strassburg angefertigt.

Wenn die Platten, während die Potentialdifferenz constant blieb, rotierten, so beschrieb nach einem anfänglichen Centrierungsprozess der Fleck *einen Kreis um die Ruhelage.*

FIGUR 8.



Seien x und y die Coordinaten des Flecks zu irgend einer Zeit bezüglich eines auf dem Schirm festen Achsensystems, dessen Nullpunkt mit der Ruhelage zusammenfällt. Die Richtung des Feldes E ausserhalb der Röhre mache den Winkel α mit der x-Achse (vergl. Fig. 8). Die Bewegungsgleichungen des Flecks sind:

$$\frac{d\,x}{d\,t} = -\,a\,E\sin\alpha\frac{d\,\alpha}{d\,t} - w\cos\beta$$

$$\frac{d\,y}{d\,t} = a\,E\cos\alpha\frac{d\,\alpha}{d\,t} - w\sin\beta$$

wo a die Proportionalitätsconstante zwischen einer Aenderung in dem ausserhalb der Röhre herrrschenden Felde und der dadurch bewirkten Aenderung des Abstandes des Fleckes von der Ruhelage bedeutet. w ist die Geschwindigkeit der Rückkehr gegen die Ruhelage.

Sei ferner: $x = \rho\cos\beta \qquad y = \rho\sin\beta$

dann folgt:

$$-\rho\sin\beta\frac{d\,\beta}{d\,t} + \cos\beta\frac{d\,\rho}{d\,t} = -\,a\,E\sin\alpha\frac{d\,\alpha}{d\,t} - w\cos\beta$$

$$\rho\cos\beta\frac{d\,\beta}{d\,t} + \sin\beta\frac{d\,\rho}{d\,t} = a\,E\cos\alpha\frac{d\,\alpha}{d\,t} - w\sin\beta$$

Hieraus:

$$\frac{d\rho}{dt} = a\,E \sin(\beta - \alpha)\,\frac{d\alpha}{dt} - w$$

$$\rho\,\frac{d\beta}{dt} = a\,E \cos(\beta - \alpha)\,\frac{d\alpha}{dt}$$

Sei jetzt die Umdrehung der Platten gleichmässig.

$$\frac{d\alpha}{dt} = 2\pi n$$

wo n die Anzahl der Umdrehungen pro Sekunde bedeutet. Infolge der beobachteten Thatsache, dass der Fleck schliesslich einen Kreis um die Ruhelage beschreibt, wollen wir für diesen stationären Endzustand setzen: $\rho = R = \text{const.}$

$\frac{d\rho}{dt} = 0$. w ist jetzt auch eine Constante, denn die Geschwindigkeit der Rückkehr hängt nur von dem Abstand von der Ruhelage ab.

Hieraus folgt, dass $\beta - \alpha$ constant ist. Sei diese constante Phasenverschiebung $\beta - \alpha = \Phi$

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{d\beta}{dt}$$

Für den stationären Endzustand haben wir also

$$w = 2\pi n\,a\,E \sin \Phi$$
$$R = a\,E \cos \Phi$$

Sei A der Ablenkungssprung durch Commutieren.

$$A = 2\,a\,E$$

Also:

$$w = \pi n\,A \sin \Phi$$
$$2\,R = A \cos \Phi$$

Hieraus

$$R = \frac{A}{2}\sqrt{1 - \frac{w^2}{\pi^2 n^2 A^2}}$$

Aus diesen drei Gleichungen können folgende theoretische Schlüsse gezogen werden.

$$\underset{w=0}{\text{Limes}}\ R = \frac{A}{2} \qquad \underset{w=0}{\text{Limes}}\ \Phi = 0$$

$$\text{Für } w = \pi n A \qquad R = 0 \text{ und } \Phi = 90^0$$

$$\text{Für } w > \pi n A \qquad R \text{ imaginär}$$

$$\underset{n=\infty}{\text{Limes}}\ R = \frac{A}{2} \qquad \underset{n=\infty}{\text{Limes}}\ \Phi = 0$$

§ 32. Alle diese theoretischen Ergebnisse und Erwartungen wurden durch Beobachtungen geprüft. Wenn die Drehung der Platten angefangen wurde, während der Fleck die Ruhelage hatte, verliess er die Ruhelage in einer Richtung, welche senkrecht zur Verbindungslinie der zwei Platten am Anfang der Drehung war. Dann beschrieb der Fleck bei fortgesetzter Drehung eine spiralartige, oft sich selbst kreuzende Bahn, welche schliesslich die Form eines Kreises um die Ruhelage annahm. Für verschiedene Lagen des Flecks zur Zeit des Drehungsanfanges wurden verschiedene anfängliche Bahnen beschrieben, aber die endgültige Form war immer der Kreis um die Ruhelage, dessen Durchmesser kleiner als der Ablenkungssprung durch Commutierung war.

Die zwei folgenden Beispiele (Tabelle 23 und 24) geben einen quantitativen Ueberblick über die Erscheinung. Die Richtigkeit des Gesetzes, dass je schneller die Umdrehung der Platten, desto grösser der Kreis, wird auch ersichtlich gemacht.

TABELLE 23.

Röhre I.: Bereits 30 Minuten in ununterbrochener Benutzung.
Erreger: Kleine Influenzmaschine.
Platten: Länge 6,5 cm; Breite 5,8 cm; Abstand voneinander 5,0 cm; Abstand der Plattenmitte von Diaphragma 6,8 cm.

Zustand am Anfang des Versuches:

Temperatur 21°; Feuchtigkeit 10 %; Parallele Schlagweite 0,458; Umdrehungen der Influenzmaschine pro Sekunde 2,22; Potentialdifferenz der Platten 885 Volt.

Ablenkungssprung durch Commutieren	A	2,93 cm	
Rückkehrzeit für den ganzen Sprung		3,48 sek.	
Rückkehrzeit für $^3/_4$ des Sprunges		1,85 sek.	
		(1)	(2)
Radius des Kreises	R	1,33	1,42
Umdrehungen der Platten pro Sekunde	n	0,93	1,69.

Zustand am Schlusse des Versuches:

Temperatur 21°; Feuchtigkeit 12 %; Parallele Schlagweite 0,457; Umdrehungen der Influenzmaschine pro Sekunde 2,18; Potentialdifferenz der Platten 887 Volt.

Hieraus wird berechnet:

	$\Phi = \arccos \frac{2R}{A}$	$w = \pi n A \sin \Phi$	$T = \frac{R}{w}$	Aus der einfachen Rückkehr $T = \frac{t_2 - t_1}{\log_e \frac{A_1}{A_2}}$
(1)	24°,7	3,57	0,37	1,33
(2)	14°,2	3,81	0,37	1,33.

TABELLE 24.

Röhre IV.: Bereits 40 Minuten in ununterbrochener Benutzung.
Erreger: Kleine Influenzmaschine.
Platten: Länge 6,5 cm; Breite 5,8 cm; Abstand von einander 5,0 cm; Abstand der Plattenmitte vom Diaphragma 3,3 cm.

Zustand am Anfang des Versuches:

Temperatur 18°; Feuchtigkeit 15 %; Parallele Schlagweite 0,224; Umdrehungen der Influenzmaschine pro Sekunde 1,54; Potentialdifferenz der Platten 881 Volt.

Ablenkungssprung durch Commutieren	A	1,61 cm	
Rückkehrzeit für den ganzen Sprung		0,3 sek.	
Rückkehrzeit für $^3/_4$ des Sprunges		0,15 sek.	
		(1)	(2)
Radius des Kreises		unmessbar klein	0,43
Umdrehungen der Platten pro Sekunde		1,53	2,22.

Zustand am Schlusse des Versuches:

Temperatur 19°; Feuchtigkeit 15 %; Parallele Schlagweite 0,215; Umdrehungen der Influenzmaschine 1,28; Potentialdifferenz der Platten 886 Volt.

Hieraus wird berechnet:

	$\Phi = \arccos \frac{2R}{A}$	$w = \pi n A \sin \Phi$	$T = \frac{R}{w}$	Aus der einfachen Rückkehr $T = \frac{t_2 - t_1}{\log_e \frac{A_1}{A_2}}$
(1)	90° oder imag.	$\geqq$ 7,73	—	0,108
(2)	57°,7	9,49	0,045	0,108.

Dass der Wert von T, der aus diesen Beobachtungen bestimmt wird, immer zwei bis vier mal kleiner ausfällt als der aus der einfachen Rückkehr berechnete Wert, kann nicht überraschen. Wir haben schon bei der einfachen Rückkehr gesehen, dass während einer Bewegung des Flecks über etwa 3 cm gegen die Ruhelage der Wert von T sich um etwa das dreifache ändert. Man muss also zugeben, dass es rein unmöglich ist, von vornherein zu sagen, was für einen Wert T haben wird, wenn das Kathodenstrahlenbündel in einem Kreis um die Ruhelage bewegt wird. Ferner wird infolge dieser Drehung der Fleck etwas auseinander gezogen. Er wird nicht nur etwas grösser, sondern die Grenzen sind nicht mehr so scharf. Im Fall des Flackerns haben wir schon gesehen, wie bedeutend kleiner T wird, wenn diese Form des Flecks eintritt. Dass der Wert von T bei der Drehung kleiner ausfallen würde, wäre also zu erwarten.

Dass die berechnete Phasenverschiebung infolge der Rückkehr eintritt, kann nicht nur direkt beobachtet werden, sondern wird auch durch den folgenden Versuch deutlich gezeigt. Während der Drehung der Platten wurde die Potentialdifferenz plötzlich commutiert. Der Fleck sprang über eine bestimmte Strecke in der momentanen Verbindungslinie der Platten und erschien ausserhalb des Kreises, weil diese Strecke immer grösser ist als der Kreisdurchmesser. Die Verbindungslinie der Lagen des Flecks vor dem Sprung und nach dem Sprung ging nicht durch die Ruhelage, sondern in einem bestimmten Abstand von derselben. Dieser Abstand ist ein Mass der bestehenden Phasendifferenz.

§ 33. In dieser Einrichtung liegt eine Methode vor, die Wechselzahl irgend einer periodischen Spannung zu bestimmen. Wenn die Platten um die Röhre gedreht werden, nachdem die Verbindung mit einer periodischen Spannung hergestellt worden ist, erscheinen die Lagen des Flecks zu Zeiten der verschiedenen

Maximal- und Minimalwerte der Spannung als helle Punkte auf einem Kreis. Die Bahnen, welche diese Punkte verbinden, verschwinden beinah vollständig. Wenn die Wechselzahl ein ganzes Vielfaches der Anzahl der Umdrehungen der Platten pro Sekunde ist, dann decken sich diese hellen Punkte bei jedem Umlauf vollständig. Man braucht also nur die Anzahl dieser hellen Punkte und die Umdrehungen pro Sekunde zu beobachten, um die Wechselzahl zu bestimmen. Diese Beobachtungen sind praktisch leicht ausführbar. Diese Methode hat viele Vorteile. Wenn die Röhre stark erregt wird, können die Beobachtungen beinah bei Tageslicht gemacht werden. Die Methode ist auf jede beliebige periodische Spannung anwendbar. Der Erzeuger der Spannung braucht nicht zugänglich zu sein. Der grösste Vorteil der Methode ist wohl der, dass kein Strom erforderlich ist, da die Platten bloss statisch geladen werden. Die Wechselzahl kann also durch die Messungen selbst nicht beeinflusst werden. Es ist leicht, die Umdrehung der Platten so genau zu regulieren, dass die hellen Punkte sich für eine genügende Zeit decken, um Bestimmungen einer Wechselzahl auf 5% zu ermöglichen. Die magnetische Ablenkung kann natürlich ebenso gut als die elektrostatische benutzt werden. Die Platten müssen nur durch Spulen ersetzt werden.

XI.

Zuammenfassung von früheren Beobachtungen.

§ 34. Alle Beobachtungen über die Ablenkung der Kathodenstrahlen durch Kräfte elektrischen Ursprunges lassen sich auf folgende einfache Weise zusammenfassen. Bei dieser Zusammenfassung aber soll der Einfluss dieser Kräfte auf die Kathodenstrahlen *allein* beachtet werden. Ich wünsche also ausser Betracht

zu lassen alle Beobachtungen, bei denen die Erregungsvorgänge und die Ablenkungsvorgänge nicht unabhängig voneinander und ohne Einfluss aufeinander sind. Alle Beobachtungen, welche diesen Bedingungen genügen, können durch diese zwei Sätze dargestellt werden:

1. Die Kathodenstrahlen erfahren eine Ablenkung in einem rein elektrostatischen Feld.

2. Sobald eine Ablenkung (bezw. ein Feld) existiert, muss sie verschwinden mit einer Geschwindigkeit je nach der Leitfähigkeit, welche dem Gas durch die Kathodenstrahlen erteilt wird.

In den folgenden Artikeln sind dauernde Ablenkungen der Kathodenstrahlen erwähnt worden:

J. J. Thomson, Phil. Mag. 44, p. 293, 1897.
W. Wien, Verh. d. physik. Ges. zu Berlin, 16, p. 165, 1897; 17. p. 10, 1898 u. Wied. Ann. 65, p. 440, 1898.
P. Lenard, Wied. Ann. 64, p. 279, 1898.
„ „ 65, p. 504, 1898.

Diese Beobachtungen wurden alle im äussersten Vacuum gemacht. Die Leitfähigkeit war daher ausserordentlich klein, wenn sie überhaupt von Null zu unterscheiden war, und deswegen waren die Ablenkungen dauernd. Ferner aber waren die Platten in jedem Fall innerhalb der Röhre, so dass trotz einer Leitfähigkeit ein Feld durch Zufuhr von Elektricität erhalten bleiben konnte. Die Stärke dieses durch Elektricitätszufuhr erhaltenen Feldes an der Stelle, wo die Kathodenstrahlen durchgehen, hängt von dem Gradienten des Potentials zwischen den Platten und der Verteilung der Leitfähigkeit des Gases ab, und das Verhältnis dieses Feldes zu demjenigen Felde, welches ohne Leitfähigkeit entstehen würde, kann nur durch weitere Versuche mit Platten innerhalb der Röhre entschieden werden.

In folgenden Artikeln sind Ablenkungen der Kathodenstrahlen durch ein periodisches elektrostatisches Feld erwähnt worden.

H. Ebert, Wied. Ann. 64, p. 240, 1898.
Simon und Reich, Phys. Zeitschr. 2, p. 284, 1901.

Wir haben im Laufe dieser Abhandlung gesehen, dass diese Ablenkungen durch die einfache elektrostatische Ablenkung mit Berücksichtigung der Rückkehr erklärt werden können.

In folgenden Artikeln sind verschwindende Ablenkungen der Kathodenstrahlen erwähnt worden:

Jaumann, Wied. Ann. 59, p. 252, 1896.
K. E. F. Schmidt, Abh. der Nat. Gesell. zu Halle, 21, p. 161, p. 171 und p. 227, 1897—98.
J. J. Thomson, Phil. Mag. 44, p. 293, 1897.
Kaufmann, Verh. d. deutsch. physik. Ges. 1, p. 88, 1899.
Villard, C. R., 130, p. 1177, 1900.

Alle diese Schmidt'schen Beobachtungen können leicht auf das Zusammenspielen der einfachen elektrostatischen Ablenkung und der Rückkehr reduciert werden [1]). In den Versuchen von Thomson und Kaufmann waren die Platten innerhalb der Röhre und, wie die Verfasser selbst angeben, verschwand die Ablenkung infolge der Leitfähigkeit des Gases.

Villard hat kürzlich die Aufmerksamkeit darauf gelenkt, dass die Beobachtungen von Jaumann leicht erklärt werden können, wenn man annimmt, dass das Oel, worin die Röhre sich befand, ein schlechter Leiter ist. Das Feld in dem Oel muss verschwinden und das Oel verhält sich wie ein Schirm. Die Jaumann'sche Ablenkung und „Selbststreckung" können ohne Oel oder auch in einer Braun'schen Röhre beobachtet werden. Ich würde sagen, dass das Verschwinden der Ablenkung oder „Selbststreckung" nicht nur in der Leitfähigkeit des Oels lag, sondern auch und wahrscheinlich hauptsächlich in der Leitfähigkeit des Gases innerhalb der Röhre.

---

[1]) Dieselbe Erklärung gilt auch für einige von Hildebrand (Wied. Ann. 59, p. 281, 1896) und von Heydweiller (Phys. Zeitschrift 1, p. 15, 1899) beobachteten Erscheinungen.

XII.

Resultate.

§ 35. In dieser Abhandlung wurde zuerst der Grundversuch unter reinen Versuchsbedingungen beschrieben und eine bestimmte Erklärung dafür gegeben. Die zwei Bewegungsgesetze des Fleckes wurden dann experimentell abgeleitet. Sie lauten:

1. Jedesmal, wenn die Potentialdifferenz der Platten geändert wird, kommt eine proportionale Aenderung des Abstandes des Fleckes von der Ruhelage zum Vorschein. Diese Abstandsänderung des Fleckes ist unabhängig von der Lage des Fleckes oder von der Potentialdifferenz der Platten, welche vorhanden ist, wenn die Aenderung in der Potentialdifferenz vorgenommen wird.

2. Wenn der Fleck sich nicht in der Ruhelage befindet, dann strebt er beständig mit einer bestimmten Geschwindigkeit gegen diese Lage.

Drei Anwendungen von diesen Bewegungsgesetzen wurden dann gemacht:

1. Die Potentialdifferenz der Platten wurde beständig nach einem bestimmten Zeitintervall commutiert.

2. Die Platten wurden mit einer sinusförmigen Wechselspannung gespeist.

3. Die Platten wurden um die Röhre gedreht, während die Potentialdifferenz constant blieb.

In jedem Falle stimmte das Beobachtete mit dem theoretisch Abgeleiteten überein.

Durch die Messung der magnetischen Ablenkung gleichzeitig mit der elektrischen wurde die Geschwindigkeit der Kathodenstrahlen bestimmt.

Wir kommen also zu folgenden Ergebnissen:

1. Die Braun'sche Röhre bietet ein ausgezeichnetes Mittel, um die elektrostatischen Ablenkungen der Kathodenstrahlen zu studieren. Messungen genau bis zu 1% können gemacht werden.

2. Alle Beobachtungen über die Ablenkung der Kathodenstrahlen durch ein plötzlich geändertes, ein periodisches oder ein irgendwie veränderliches Feld, lassen sich durch zwei einfache bestimmte Bewegungsgesetze darstellen. Diese Gesetze enthalten nur wohlbekannte, bestimmt messbare Grössen.

3. Die in diesen Gesetzen auftretenden Grössen hängen stark von den Versuchsbedingungen ab. Diese Abhängigkeit kann quantitativ festgestellt werden.

4. Die Geschwindigkeit der Kathodenstrahlen und das Verhältnis der Masse zur getragenen Menge stehen in guter Uebereinstimmung mit den sonst gewonnenen Werten.

Für technische Zwecke sind folgende Resultate gewonnen worden.

1. Wenn die elektrostatische Ablenkung der Kathodenstrahlen zum Studium der Spannungskurven angewendet wird, so muss immer beachtet werden, dass infolge der Rückkehr die beobachteten Kurven, was Form und relative Grösse betrifft, dem wirklichen Verlauf der Spannung nicht entsprechen. Die Abweichung aber ist gewöhnlich von derselben Grösseordnung als die unvermeidlichen Beobachtungsfehler.

2. Die Drehung der Platten um die Röhre bietet eine Methode dar, um die Wechselzahl irgend einer periodischen Spannung zu bestimmen.

Diese Untersuchung wurde im physikalischen Institut der Kaiser-Wilhelms-Universität Strassburg, unter der Leitung des Herrn Prof. Dr. F. Braun ausgeführt.

Sei es mir zum Schluss gestattet, ihm, wie auch dem Herren Prof. Dr. M. Cantor, meinen wärmsten Dank für ihre freundliche Unterstützung auszusprechen.

3 0112 072885384